

426/68

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

TOM VII · ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

SPIS TREŚCI

J. L. Jakubowski: Wysokość napięć stosowanych przez Nikola Teslę przed 60 laty	3
S. Hahn: Analiza narastania drgań w generatorach metodą częstotliwości zespolonej	13
Z. Skoczyński: Interpretacja fizyczna stanu nieustalonego w prądnicach synchronicznych za pomocą wirującego pola magnetycznego	63
T. Oleszyński: Pomiar strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych bez użycia lumenomierza całkującego	88
W. Kołek, A. Puchała: Analiza stanów niesymetrycznych maszyny asynchronicznej	99

СОДЕРЖАНИЕ

Я. Л. Якубовски: Высота напряжений применяемых Николаем Теслей 60 лет тому назад	3
С. Ган: Анализ установления колебаний в генераторах по методу комплексной частоты	13
З. Скочински: Физическая интерпретация нестационарного состояния в синхронной динамомашине при помощи вращательного магнитного поля	63
Т. Олешински: Измерение светового потока люминесцентных ламп без употребления интегрирующего фотометра	88
В. Колэк, А. Пухала: Анализ несимметричных состояний асинхронной машины	99

CONTENTS — SOMMAIRE

J. L. Jakubowski: Magnitude of voltages applied by Nicola Tesla sixty years ago	3
S. Hahn: Analysis of build-up oscillations in oscillators by means of complex frequency method	13
Z. Skoczyński: Physical interpretation of transient state in synchronous generators by revolving magnetic field	63
T. Oleszyński: Measurement of the luminous flux of the fluorescent lamps without the use of the integrating photometer	88
W. Kołek, A. Puchała: Analysis of non-symmetric states of asynchronous machine	99

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

TOM VII • ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

R A D A R E D A K C Y J N A

PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI, PROF. BOLESŁAW KONORSKI,
PROF. IGNACY MALECKI, PROF. WITOLD NOWACKI, PROF. STANISŁAW SZPOR,
PROF. PAWEŁ SZULKIN

K O M I T E T R E D A K C Y J N Y

Redaktor Naczelny

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI

Z-ca Redaktora Naczelnego

PROF. PAWEŁ NOWACKI

Sekretarz

WAĆŁAW ZWOLAKOWSKI

PRINTED IN POLAND

COPYRIGHT BY
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

ADRES REDAKCJI :

Warszawa, ul. Koszykowa 75, Politechnika,


Zakład Radiotechniki, tel. 8.32.04

Redakcja czynna: poniedziałki, środy i piątki

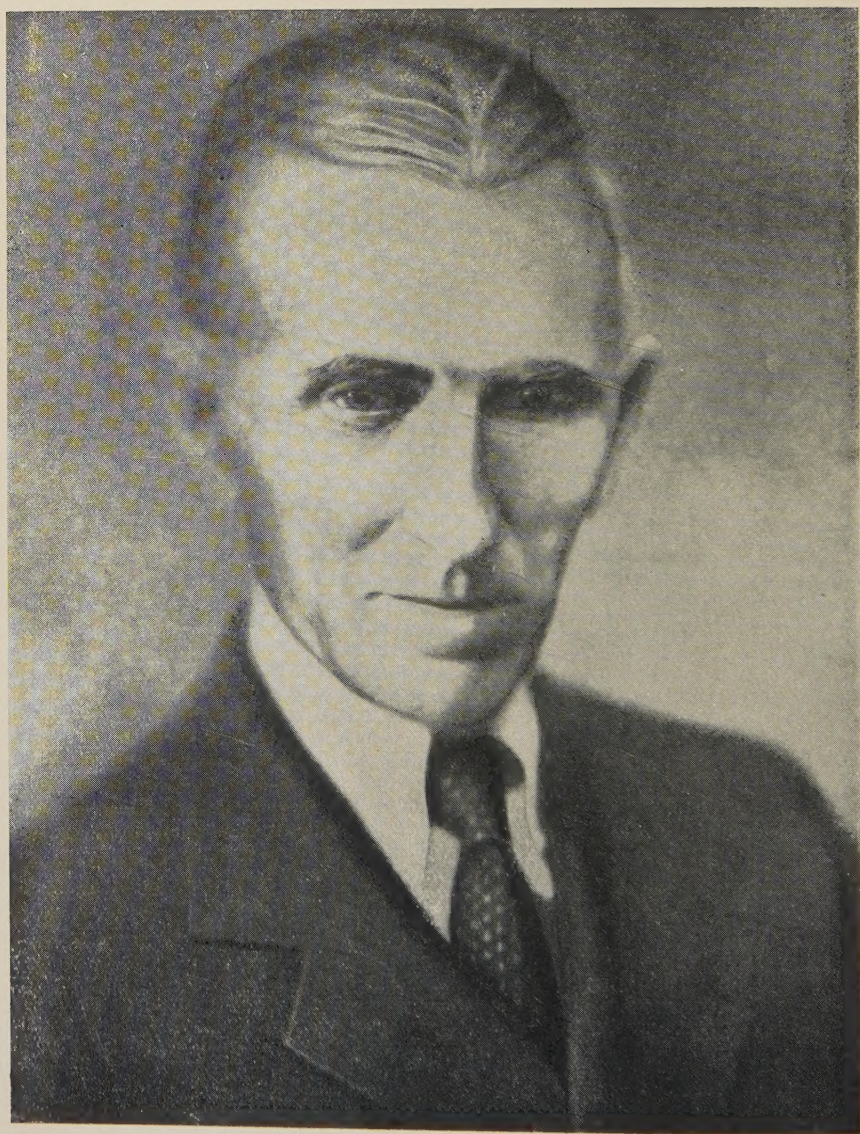
Państwowe Wydawnictwo Naukowe - Dział Czasopism
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 905+95 egz.	Do składania 16 I 1958
Ark. wyd. 7,5, druk. 7,5	Podpisano do druku 25 III 1958
Papier druk. sat. 70 g V k. 70×100/16	Druk ukończ. w marcu 1958
Cena zł 30,—	R-10 - Zamówienie 37/29

POZNAŃSKA Drukarnia Naukowa — POZNAŃ, FREDRY 10



Digitized by the Internet Archive
in 2024



Nikola Tesla

621.3.027.89.

J. L. JAKUBOWSKI

Wysokość napięć stosowanych przez Nikolę Teslę przed 60 laty

Rekopis dostarczono 20. 12. 1956

W artykule zostały poddane analizie osiągnięcia pionierskie Nikoli Tesli w dziedzinie wytwarzania najwyższych napięć. Odtworzenie skali fotografii pozwala stwierdzić z całą pewnością, że Tesla stosował napięcia rzędu 10 MV i otrzymał iskry w powietrzu o długości co najmniej 15 metrów.

W roku 1956 świat nauki obchodził uroczyste 100-lecie urodzin genialnego uczonego jugosłowiańskiego Nikoli Tesli. Na innym miejscu [3] omówiłem jego podstawowy wkład w elektrotechnikę prądów silnych: odkrycie zasady wirującego pola magnetycznego i silnika indukcyjnego, a przez to umożliwienie szerokiego wykorzystania prądu zmiennego do przesyłu energii na wielkie odległości. Niezwykła wszechstronność Tesli przejawiała się ponadto w szeregu innych osiągnięć. Wymienię tu tylko: transformator rezonansowy (zwany obecnie transformatorem Tesli), oświetlenie za pomocą rur wysokiego napięcia (światło Tesli), system sterowania zdalnego za pomocą fal elektromagnetycznych, prototyp mikroskopu elektronowego [2] i wiele innych.

W technice wysokich napięć Tesla zajmuje wyjątkowe miejsce jako konstruktor układów wielkiej częstotliwości, które jeszcze w zeszłym stuleciu wytwarzały napięcia rzędu wielu milionów woltów. Zadziwiające jest, że dopiero technika ostatnich lat sięgnęła do napięć o tej samej wysokości. Ponadto Tesla był pierwszy, który świadomie stosował izolację olejową w układach wysokonapięciowych.

Wytwarzanie bardzo wysokich napięć nie było dla Tesli celem samym w sobie. Jego zainteresowania tą dziedziną wynikały z koncepcji bezprzewodowego przesyłu wielkich mocy na duże odległości. Realizacja tej koncepcji była jednym z największych marzeń Tesli; poświęcił jej całe lata pracy i dla niej zrezygnował z dobrobytu materialnego. Niestety, brak środków materialnych na rozszerzenie tych doraźnie nierentownych badań nie pozwolił dojść Tesli do właściwych konkluzji. Parametry, przy których

pracował Tesla (stosunkowo mała częstotliwość rzędu 100 kHz, bardzo wysokie napięcie, drgania tłumione) nie były odpowiednie, w świetle obecnego stanu nauki, do przesyłu energii nawet na stosunkowo nieduże odległości. Niemożliwość przeprowadzenia eksperymentów w szerszej skali doprowadziła Teslę do niesłusznej hipotezy roboczej. Według tej hipotezy nadawczy obwód drgający, złożony z transformatora rezonansowego i anteny, miał wytwarzać w ziemi fale stojące, obejmujące całą kulę ziemską. Tesla opierał się na analogii ładunku elektrycznego w ziemi do wody:

“Whatever electricity may be, it is a fact that it behaves like an incompressible fluid, and the earth may be looked upon as an immense reservoir of electricity, which, I thought, could be disturbed effectively by a properly disigned electrical machine”.

Tesla przypuszczał, że w strzałkach hipotetycznych fal stojących można będzie, na całej kuli ziemskiej, odbierać energię za pomocą obwodów rezonansowych. Miało to zachodzić przy tym bez strat energii. Projektowana stacja nadawcza o zasięgu światowym ([6], str. A-158) miała mieć moc 10 000 KM, a napięcie 100 MV. Tesla miał przy tym nastawienie społeczne. Marzyło mu się oświetlenie samotnych, odciętych od świata osiedli za pomocą wyładowań w rurach z rozrzedzonym gazem, zaopatrzenie ich w silniki elektryczne...

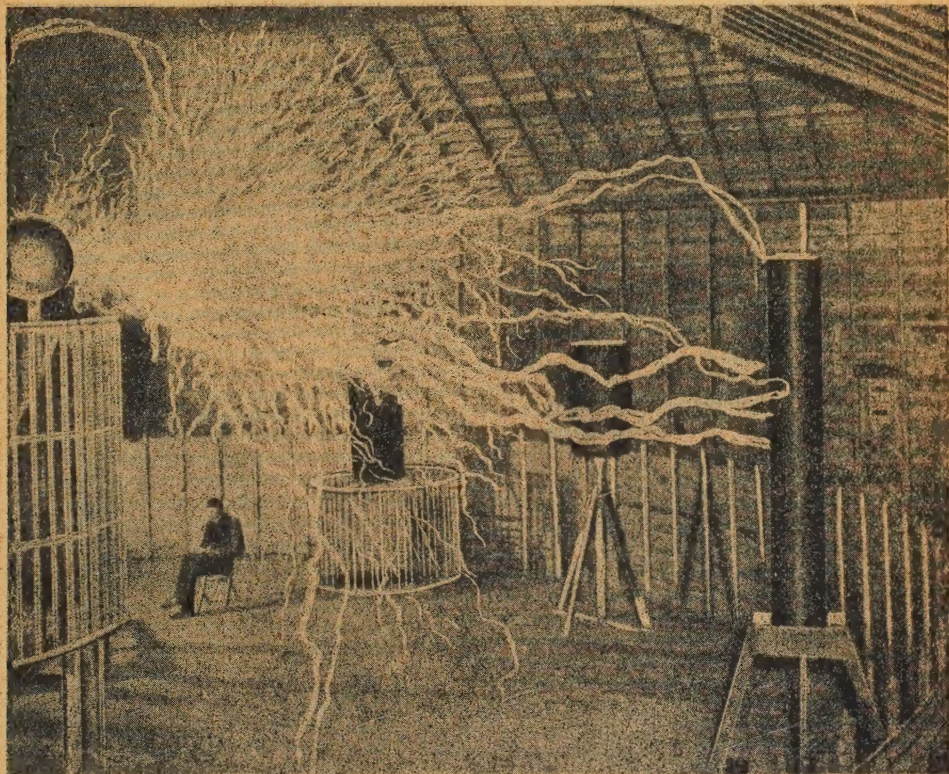
Z tych wielkich zamierzeń Tesli powstał skromniejszy, ale istotny wkład do nauki: położenie podstaw pod technikę bardzo wysokich napięć. Tesla, który przewidywał stosowanie 100 MV, otrzymał iskry o imponującej długości (rys. 1). Słusznie podziwia je J. Bethenod [1]:

„Sądząc według fotografii otrzymanych iskier oraz uwzględniając prawdopodobne wymiary pewnych aparatów, widocznych na zdjęciach, wydaje się, że Tesla zrealizował wyładowania niezwykle intensywne (extrêmement nourries), o długości imponującej, które mogłyby stanowić prawdopodobnie jeszcze obecnie gwóźdź Wystawy Paryskiej z 1937 r.”.

Wartość wysokich napięć, osiągniętych przez Teslę nie została poddana jeszcze wyczerpującej analizie. Sam Tesla podaje napięcie o wartości przeszło 12 MV ([6], str. A-110, A-129). Jest jasne, że w roku 1899, z którego pochodzą te dane, nie można było jeszcze mówić o pomiarze tak wysokich napięć. Zresztą i obecnie pomiar ich, nawet z małą dokładnością, nastroczałby bardzo duże trudności. W dalszym ciągu niniejszego artykułu postaram się oszacować napięcia, wytwarzane przez Teslę, na podstawie jego oryginalnych sprawozdań i fotografii.

Jako materiał podstawowy obieram rys. 1 ([6], str. A-127), rys. 2 (str. A-130), rys. 3 ([6], str. A-110) oraz następującą wypowiedź Tesli ([6], str. A-148):

"I have produced electrical discharges the actual path of which, from end to end¹, was probably more than one hundred feet long..."



Rys. 1. Oryginalne zdjęcie wyladowań wysokiego napięcia, otrzymane przez Teslę [6]

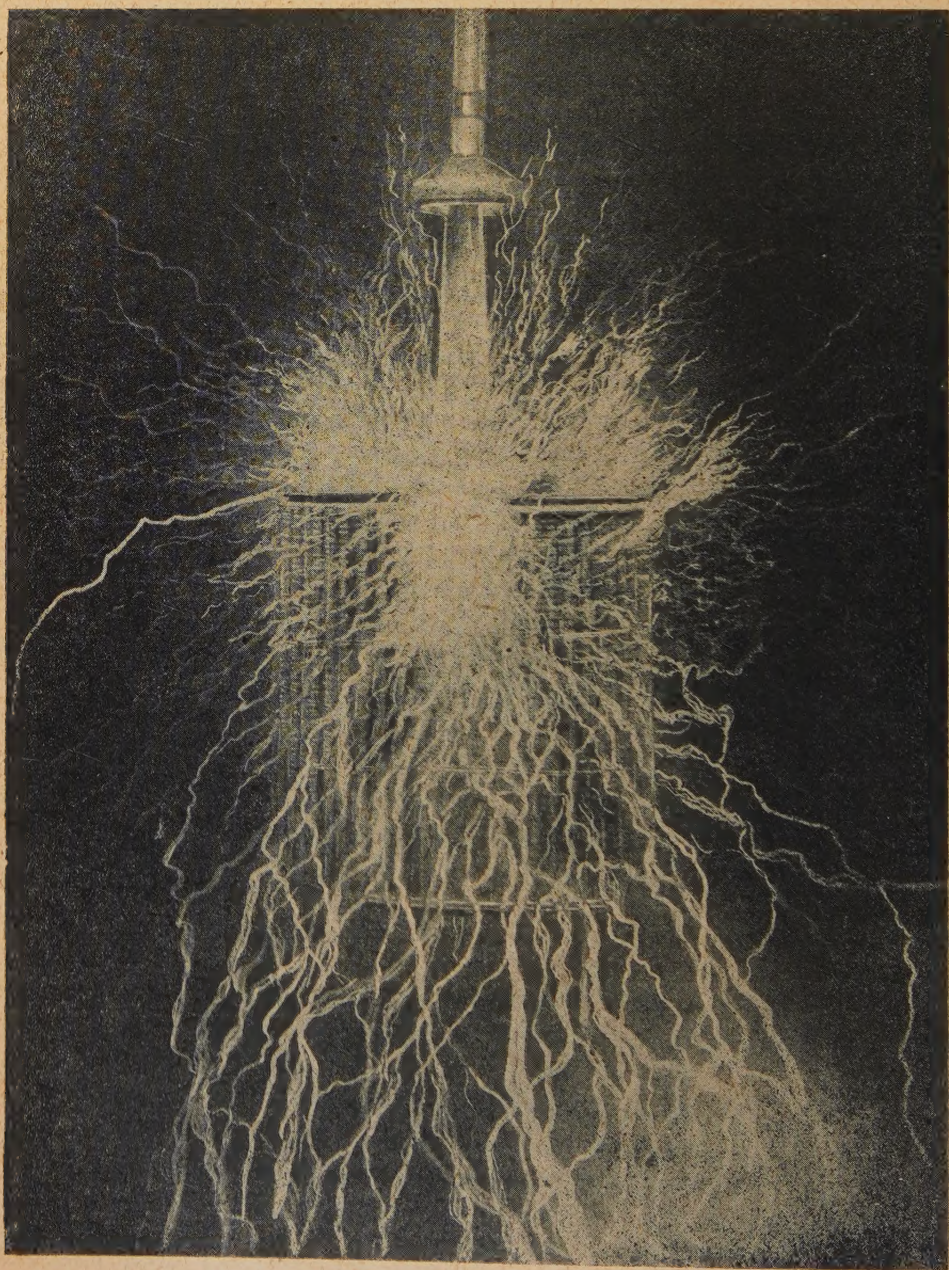
Aby nie popełnić błędu w interpretacji, konieczne jest poza tym dokładne przeanalizowanie oryginalnych napisów pod rys. 1, 2 i 3. Oto one:

Rys. 1

"The coil, partly shown in the photograph, creates an alternative movement of electricity from the earth into a large reservoir and back at the rate of one hundred thousand alternations per second. The adjustments are such that the reservoir is filled full and bursts at each alternation just at the moment when the electrical pressure

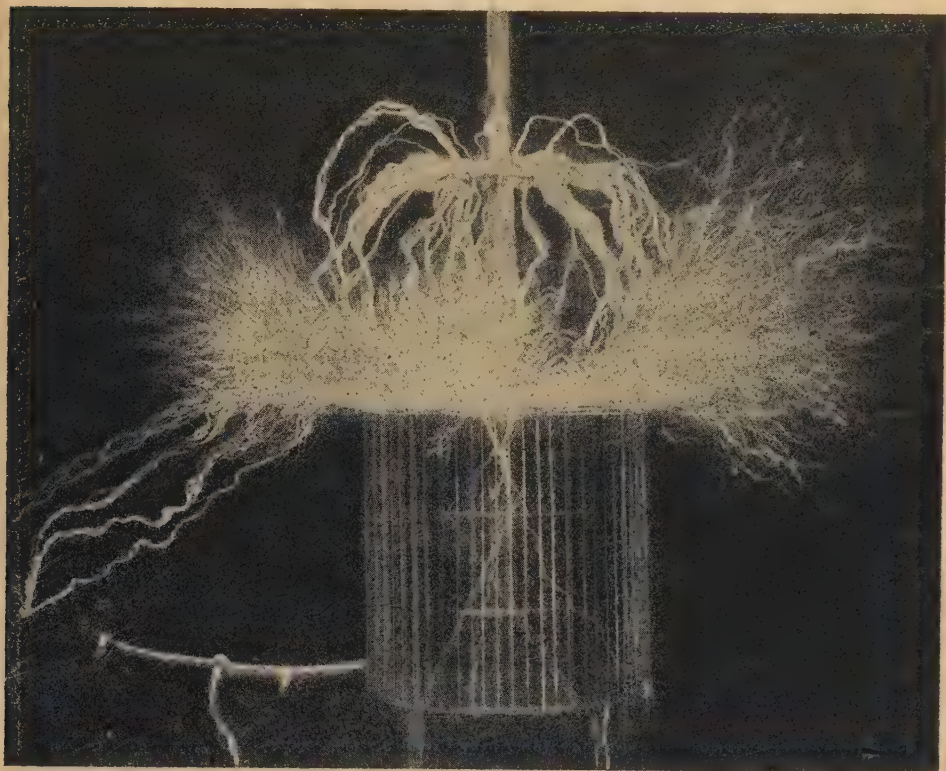
¹ Podkreślenie autora niniejszego artykułu.

reaches the maximum. The discharge escapes with a deafening noise, striking an unconnected coil twentytwo feet away², and creating such a comotion of electricity in the



Rys. 2. Oryginalne zdjęcie wyładowań wysokiego napięcia, otrzymane przez Teslę [6]

earth that sparks an inch long can be drawn from a water-main at a distance of three hundred feet from the laboratory”.



Rys. 3. Oryginalne zdjęcie wyładowań wysokiego napięcia, otrzymane przez Teslę [6]

Rys. 2

“The discharge, creating a strong draft owing to the heating of the air, is carried upward through the open roof of the building. The greatest width across is nearly seventy feet³. The pressure is over twelve million volts, and the current alternates one hundred and thirty thousand times per second”.

Rys. 3

“This result is produced by the discharge of an electrical oscillator giving twelve milion volts. The electrical pressure, alternating one hundred thousand times per second, excites the normally inert nitrogen, causing it to combine with the oxygen. The flame-like discharge shown in the photograph measures sixty-five feet across⁴”.

³ ⁴ Podkreślenia autora niniejszego artykułu.

Tak więc w tekście mamy podaną długość iskry 30,5 metra, na rys. 1 — 6,7 m, na rys. 2 — 21,3 m, a na rys. 3 — 19,8 m. Na rysunkach jest ponadto wzmiankowana wysokość napięcia 12 MV.

Spróbujmy przymierzyć do siebie wartości napięcia i długość iskier. Oczywiście dokładne przeanalizowanie nie jest możliwe. Po pierwsze nie wiadomo, jaki był kształt drgań tłumionych, stosowanych przez Teslę, po drugie — jeszcze dziś wytrzymałość powietrza dla dużych odległości przy różnego rodzaju czasowych przebiegach napięcia nie jest dobrze znana. Wobec stosunkowo niedużej częstotliwości, stosowanej przez Teslę (rzędu 100 kHz), można jednak w przybliżeniu założyć, że wytrzymałość powietrza była taka sama, jak przy 50 Hz [7]. Przy tym założeniu otrzymamy według wzoru Rotha [4] następujące napięcia przeskoku:

$$\text{odstęp } 30,5 \text{ m} \quad U_p = (14 + 3,16 \cdot 3050) \sqrt{2} = 13,6 \text{ MV}_{\text{max}}.$$

$$6,7 \text{ m} \quad U_p = 3,0 \text{ MV}_{\text{max}},$$

$$21,3 \text{ m} \quad U_p = 9,5 \text{ MV}_{\text{max}},$$

$$19,8 \text{ m} \quad U_p = 8,8 \text{ MV}_{\text{max}}.$$

Posługując się wzorem podanym w podręczniku Sirotynskiego ([5], str. 65), otrzymamy:

$$\text{odstęp } 30,5 \text{ m} \quad U_p = (5 + 3,75 \cdot 3050) \sqrt{2} = 16,2 \text{ MV}_{\text{max}}.$$

$$6,7 \text{ m} \quad U_p = 3,6 \text{ MV}_{\text{max}},$$

$$21,3 \text{ m} \quad U_p = 11,3 \text{ MV}_{\text{max}},$$

$$19,8 \text{ m} \quad U_p = 10,5 \text{ MV}_{\text{max}}.$$

Wzór pierwszy odnosi się do warunków atmosferycznych 20°C, 720 Torr, wilgotność nie podana; wzór drugi — 25°C, 760 mm Hg, ciśnienie pary wodnej 15,45 mm Hg. Różnice w wynikach obliczeń świadczą wymownie, że wzory — ułożone dla odstępów elektrod rzędu najwyżej kilku metrów — dają zbyt małą dokładność przy extrapolacji na odstępów rzędu kilkunastu metrów. Toteż wyniki obliczeń należy uważać za orientacyjne.

Czy można przyjąć, że Tesla rzeczywiście dysponował napięciami zawartymi w granicach 13,6—16,2 MV? Jeśli uwzględnić stosunki przestrzenne laboratorium, widoczne na fotografii — uważam, że nie. Pod względem skali najcenniejszy jest rys. 1, na którym znamy długość iskry, a więc i skalę. Iskra przebiega prawie równolegle do płaszczyzny kliszy, co potwierdza zgodność wartości średnicy kuli otrzymana za pomocą tak

obliczonej skali (73 cm) oraz otrzymana z obliczenia jej powierzchni (77 cm). Tesla podaje bowiem powierzchnię tej kuli, jako równą 20 stóp kwadratowych ([6], str. A-129). Sądząc o rozmiarach laboratorium z rys. 1, iskra o długości 30,5 m nie zmieściłaby się między generatorem, a ścianą (iskra na rys. 1 ma długość 6,7 metra). Do tego samego wniosku doprowadza zresztą dokładna analiza lingwistyczna podanych wyżej oryginalnych cytata (z tekstu i napisów pod rysunkami). Na rysunku 1 słowo *away* świadczy, że odległość 6,7 metra była mierzona między kulą a cewką z prawej strony rysunku. Jest to więc rzeczywista długość iskry. Inaczej jest na rys. 2 i 3. Mowa tutaj o *width across*, a więc o szerokości całego obrazu, jaki tworzą wyładowania. Inaczej stosowanie terminu *width* byłoby niezrozumiałe. Zatem tutaj długość iskry wynosi nie 21,3 bądź 19,8, a 10,6 bądź 9,9 m. Tak samo w podanej wyżej cytacie z tekstu, w którym mowa o długości 30,5 m, jest zaznaczone, że chodzi tu o drogę wyładowania *from end to end*, czyli znów tutaj pojedyncza długość iskry zdaje się wynosić 15,2 metra.

Jak pogodzić teraz to zmniejszenie o połowę długości z wynikami przeliczeń, które były raczej zgodne z długościami podanymi w oryginale? Uważam, że jest na to tylko jedno wyjście: przyjęcie, że generator stosowany przez Teslę miał rzeczywiście teoretycznie *najwyższe* napięcie rzędu 10 MV, ale że laboratorium było niewielkie, więc często powstawały iskry do różnych obiektów przy napięciach mniejszych. To przypuszczenie potwierdzałyby orientacyjna zgodność napięcia potrzebnego do osiągnięcia najdłuższych iskiei, to jest iskiei o długości 15,2 metra, z podanym napięciem rzędu 10 MV. Mianowicie według wzoru Sirotynskiego, który daje napięcia wyższe, dla $a = 15,2$ metra:

$$U_p = (5 + 3,75 \cdot 1520) \sqrt{2} = 8,1 \text{ MV}.$$

Nie jest oczywiście istotne czy napięcie, stosowane przez Teslę miało wartość 8, 10 czy 12 MV. Stosowanie tak wielkich napięć w roku 1899 jest osiągnięciem zdumiewającym i jeszcze raz przypomina nam o genialności koncepcji i artyzmie eksperymentalnym wielkiego uczonego słowiańskiego — Nikoli Tesli.

W sprawie będącej tematem niniejszego artykułu prowadzę korespondencję z Ljubisą Milankovićem, wykładowcą Uniwersytetu w Belgradzie. W liście z dnia 18 XII 1956 r. L. Milanković zapowiada sprawdzenie eksperymentalne moich wątpliwości. W szczególności zamierza on zbadać, czy przy drganiach tłumionych o częstotliwości rzędu 10^5 Hz nie występuje już wzrost wytrzymałości powietrza wobec wytrzymałości przy 50 Hz. Wzrost taki dla częstotliwości powyżej 10^6 Hz jest notowany w literaturze.

WYKAZ LITERATURY

1. Damianowić A.: *La vie et l'oeuvre de Nicola Tesla*, Bull. Soc. Fr. des El. 1951, s. 85.
2. Głazanow W.H.: *Wielikij syn jugosławskiego naroda*. Elektrotechnika, 1956, z. 7.
3. Jakubowski J.L.: *Nikola Tesla — pionier nowoczesnej elektrotechniki*. Przegląd El., 1956.
4. Roth A.: *Hochspannungstechnik*, Wiedeń, 1950.
5. Sirotinskij L.I.: *Technika wysokich napięć*. Warszawa, 1954.
6. Tesla Nikola: *Lectures, patents, articles*. Beograd, 1956, (pełne wydanie dzieł Tesli).
7. Worobiew A.A.: *Technika wysokich naprążeń*, Moskwa, 1945.

WYSOKOŚĆ NAPIĘŻEŃ PRZYMENIANYCH NIKOLAEEM TESLEJ 60 LAT TOMEU NAZAD

Резюме

Tesla, jak konstruktor wysokoczęstotliwych system, produkujących już w przeszłości bardzo wysokie napięcia, zajmuje w technice wysokich napięć wyjątkowe miejsce. Zauważalnie, że tylko technika ostatnich lat osiągnęła napięcia podobnej wysokości. Tesla był także pierwszym, który świadomie stosował olejową izolację w systemach wysokiego napięcia.

Wartość wysokich napięć, osiągniętych Teslą nie była jeszcze poddana wyczerpującemu analizie. Sam Tesla określa osiągnięte im napięcie jako powyżej 12 megawoltów. W 1899 roku, z których dane te pochodzą, oczywiście, nie było mowy o pomiarze takich wysokich wartości. Wprawdzie i w dzisiejsze czasy pomiar ich, nawet z małą stopniem dokładności, przedstawiało by bardzo znaczne trudności.

Słowa Tesli, a także i fotografie rozładowań, pochodzące z jego laboratorium, pozwalają nam przypuszczać długość iskry od 6,7 do 30,5 metrów. Określenie zależności między wartością napięcia i długością iskry nie jest bezpośrednio możliwym.

Pytanie to komplikuje się domniemaniem, że Tesla przyjmował podwójną długość iskry w tych przypadkach, kiedy na zdjęciach widoczne rozładowania, pochodzące z środkowego elektrody i dochodzące do elektrod jak z prawej tak i z lewej strony rysunku.

Niemniej na to, że niemożliwe jest dokładnie określić parametry otrzymane Teslą — można jednak pewnie stwierdzać, że on już w końcu XIX stulecia produkował napięcia rozładowa 10 megawoltów. To było niezwykłym osiągnięciem i ono wciąż przypomina nam genialne pomysły i eksperymentalne umiętność tego wielkiego sławiańskiego uczonego.

MAGNITUDE OF VOLTAGES APPLIED BY NICOLA TESLA SIXTY YEARS AGO

Summary

It is amazing that only in the last years the nowadays technique obtained the produced very high voltages already in the past century, holds a prominent place.

It is amazing that only in the last years the now' adays technique obtained the voltages of the same magnitude. Moreover Tesla was the first who used consciously the oil insulation in high voltage circuits.

The values of high voltages obtained by Tesla are still waiting for a detailed analysis. Tesla, himself, assesses it at over 12 MV. Undoubtedly in 1899, the year to which these data refer, the measurement of so high voltages was out of question. Even now, such a measurement would entail great difficulties.

Tesla's declarations and the photographs of electric discharges taken in his laboratory refer to the spark lenght 6,7 to 30,5 m. The direct correlation of the voltage values with the spark lenghts is impossible.

The true orientation is complicated by the supposition that Tesla accepted double spark length whenever the photos showed the electric discharges from the central electrode extended so to the right as to the left-hand side of the picture.

In spite of impossibility to determine exactly the parameters obtained by Tesla, it is beyond the doubt that already in the last century he produced the voltages of the order of 10 MV. That was an astonishing achievement. It reminds us once more of the concept ingenuity and experimental skill of this oustanding slavonic scientist.

621.396.615:621.3.018.41

S. HAHN

Analiza narastania drgań w generatorach metodą częstotliwości zespolonej

Rękopis dostarczono 18. 4. 1957

Posługując się uogólnionym rachunkiem symbolicznym opartym o pojęcie częstotliwości zespolonej $p = a + j\omega$ przeanalizowano zachowanie się układów generacyjnych liniowych w okresie narastania drgań. Wyniki rozciągnięto na układy nieliniowe za pomocą metod quasi-liniowych. Analizę oparto o zasadę równowagi admitancji w układzie generacyjnym. Wprowadzono pojęcie admitancji lampy elektronowej oraz admitancji obwodu obciążenia lampy dla drgań o częstotliwości zespolonej, przy czym suma obu admitancji powinna być równa zeru. Zestawiono wzory na admitancję lampy i obwodów zewnętrznych dla kilku bardziej rozpowszechnionych układów generacyjnych oraz podano wykresy tych admitancji, jak również zestawiono uproszczone wzory dla wyznaczenia inkrementu narastania drgań. Podano metody wyznaczania wartości inkrementu w przypadkach, gdy wzory uproszczone nie obowiązują oraz podano wzory dla obliczania czasu narastania drgań. Opierając się o teorię obwodów dla zmiennej częstotliwości, podano warunki stabilności w okresie narastania drgań. Podano metodę quasi-liniową i quasi-stacjonarną wyznaczenia przebiegu amplitudy i częstotliwości chwilowej w układach nieliniowych.

1. ZASTOSOWANIE UOGÓLNIONEGO RACHUNKU SYMBOLICZNEGO DO ANALIZY GENERATORÓW

1. 1. Uwagi ogólne

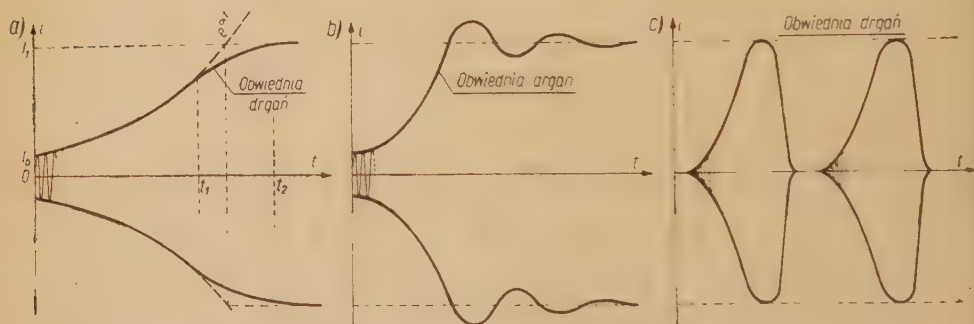
Na rysunku 1 uwidoczniłoby typowe przebiegi przejściowe, jakie spotykamy przy narastaniu drgań w generatorach. Na rysunku 1a przebieg obwiedniej drgań ma charakter aperiodyczny. Taki charakter przebiegu jest typowy dla generatorów, w których ograniczenie amplitudy spowodowane jest nieliniowością niezależną od czasu. W przypadku, gdy charakterystyki elementu nieliniowego zmieniają się w czasie (na przykład przy użyciu układu automatycznej regulacji amplitudy), wówczas obwiednia może mieć charakter oscylacyjny (rys. 1b) lub nawet mogą powstać drgania przerywane (rys. 1c). Oscylacyjnemu charakterowi obwiedniej

można zapobiec stosując odpowiednio małe stałe czasu układu regulacyjnego.

Przebieg przejściowy przy narastaniu drgań może być wyrażony w następującej postaci analitycznej

$$i(t) = R_e \left\{ I_0 \exp \int_0^t p(t) dt + j\varphi_0 \right\} = R_e \left\{ I_0 \exp \int_0^t [\alpha(t) + j\omega(t)] dt + j\varphi_0 \right\}, \quad (1)$$

gdzie I_0 jest amplitudą początkową, a φ_0 fazą początkową; we wzorze tym występuje chwilowa częstotliwość zespolona $p(t) = \alpha(t) + j\omega(t)$; $\alpha(t)$ jest inkrementem chwilowym, a $\omega(t)$ chwilową częstotliwością kołową. Jest rzeczą znaną, że analiza obwodów za pomocą rachunku symbolicznego z częstotliwością zespoloną $p = \alpha + j\omega$ jest naturalną metodą analizowania układów



Rys. 1. Przebieg obwiedniej drgań przy narastaniu drgań w generatorze. Linia ciągła — przebieg rzeczywisty. Linia przerywana — przebieg wykładniczy. W czasie od 0 do t_1 przebieg rzeczywisty może być zastąpiony przebiegiem wykładniczym

elektrycznych, w których płyną prądy o amplitudzie narastającej lub gasnącej wykładniczo przy stałej częstotliwości kołowej. Rachunek symboliczny znajduje więc zastosowanie, gdy częstotliwość jest niezależna od czasu.

W przypadku narastania drgań w generatorach częstotliwość może być uważana za niezależną od czasu jedynie dla dostatecznie małych amplitud, dla których układ jest liniowy. W pracy niniejszej rozpatrzono dwie metody, które pozwalają na rozwiązanie problemów związanych z narastaniem drgań w generatorach.

Metoda pierwsza polega na linearyzacji zagadnienia, to jest przyjęciu, że drgania narastają wykładniczo aż do osiągnięcia amplitudy końcowej (linia przerywana na rys. 1a). W tym przypadku do analizy można stosować bezpośrednio uogólniony rachunek symboliczny. Osiągnięte przy takim postępowaniu wyniki są dla licznych zastosowań dostatecznie dokładne.

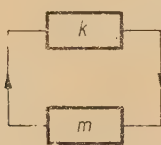
Metoda druga polega na zastosowaniu metod quasi-stacjonarnych. Jest ona słuszna, gdy przebieg amplitudy chwilowej w czasie jest dostatecznie powolny.

1.2. Uogólnione równanie symboliczne generatora

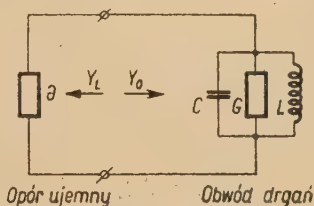
Rozpowszechnione są dwie postacie symbolicznego równania generatora. Jeśli generator rozpatrujemy jako połączenie szeregowe dwóch czwórników (rys. 2), to równanie symboliczne przyjmuje znaną postać

$$mk=1 \quad (2)$$

Jeśli natomiast układ generatora sprowadzimy do układu zastępczego



Rys. 2. Układ zastępczy generatora w postaci połączenia szeregowego dwóch czwórników



Rys. 3. Układ zastępczy generatora. Y_L — admitancja elektronowa oporu ujemnego (lampy elektronowej). Y_0 — admitancja obwodu drgań (obwodu obciążenia oporu ujemnego)

złożonego z dwóch dwójników połączonych równolegle (rys. 3), to równanie generatora przyjmuje postać

$$Y_L + Y_0 = 0 \quad (3)$$

Oba równania (2) i (3) obowiązują dla eksponencjalnego narastania drgań z częstotliwością $p = a + j\omega$. W dalszej części niniejszej pracy będziemy się posługiwać równaniem (3), które nosi nazwę równania równowagi admitancji generatora.

W układach lampowych dogodnie jest przyjąć układ zastępczy w ten sposób, że Y_L jest admitancją elektronową lampy, zaś Y_0 admitancją obwodów obciążenia lampy.

Równanie zespolone (3) można rozbić na dwa równania, a mianowicie równanie (równowagi) konduktancji

$$G_L(a, \omega) + B_0(a, \omega) = 0 \quad (4)$$

oraz równanie susceptancji

$$B_L(a, \omega) + B_0(a, \omega) = 0 \quad (5)$$

Z równań tych można przy zadanych parametrach układu wyznaczyć składowe częstotliwości zespolonej p , czyli inkrement a oraz częstotliwość kołową ω .

1.3. Admitancja lampy elektronowej

Równanie lampy o liniowych charakterystykach można zapisać w postaci symbolicznej [3]

$$I_a = \frac{U_a}{\varrho} + S U_s, \quad (6)$$

gdzie S jest nachyleniem charakterystyki, a ϱ opornością wewnętrzną lampy.

Jeśli współczynnik sprzężenia zwrotnego jest

$$m = \frac{U_s}{U_a}, \quad (7)$$

to zależność (6) przyjmuje postać

$$I_a = U_a \left(\frac{1}{\varrho} + mS \right), \quad (8)$$

czyli admitancja lampy wyraża się wzorem

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + mS. \quad (9)$$

Jeśli znormujemy wartość tej admitancji w stosunku do nachylenia charakterystyki, to otrzymamy wzór

$$Y_{Lz} = \frac{Y_L}{S} = \frac{1}{K} + m, \quad (10)$$

gdzie $K = \varrho S$ jest współczynnikiem amplifikacji lampy.

Admitancja Y_L występuje na zaciskach między anodą a katodą lampy, przy czym pojemności własne lampy zaliczone są do obwodów zewnętrznych. Admitancja Y_L uzależniona jest od własności układu sprzężenia zwrotnego przez współczynnik m .

2. ADMITANCJA LAMPY W TYPOWYCH UKŁADACH SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO

Rozpatrzmy zachowanie się układów sprzężenia zwrotnego w okresie narastania drgań dla typowych układów generacyjnych.

2.1. Generator Meissnera

Schemat układu uwidoczniiono w tablicy 1, poz. 1. Współczynnik sprzężenia zwrotnego wynikający z transformatorowego dzielnika napięcia wyraża się wzorem

$$m = \frac{U_s}{U_a} = \frac{-pM}{pL_1 + r}. \quad (11)$$

Wprowadzamy znormowaną częstotliwość

$$z = \frac{p}{\omega_0}, \quad (12)$$

gdzie $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$ jest częstotliwością rezonansową obwodu pierwotnego.

Wprowadzamy ponadto oznaczenia

$$z = x + jy, \quad (13)$$

gdzie

$$x = \frac{a}{\omega_0} \quad (14)$$

jest znormowanym inkrementem, a

$$y = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (15)$$

znormowaną częstotliwością kołową.

Dzieląc licznik i mianownik wyrażenia (11) przez $\omega_0 L_1$ otrzymujemy, uwzględniając (12)

$$m = -\frac{M}{L_1} \frac{z}{z + \frac{1}{Q}}, \quad (16)$$

gdzie $Q = \frac{\omega_0 L_1}{r}$ jest dobrocią cewki pierwotnej. Jak widać, współczynnik sprzężenia zwrotnego nie zależy od z tylko wówczas, gdy dobroć $Q \gg 1$. W tym przypadku

$$m \approx -\frac{M}{L_1}. \quad (17)$$

Niezależność (w przybliżeniu) współczynnika sprzężenia od dekrementu jest cechą wyróżniającą sprzężenie transformatorowe od innych układów sprzężenia zwrotnego.

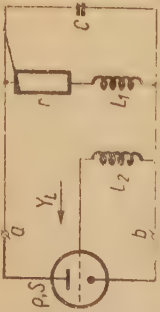
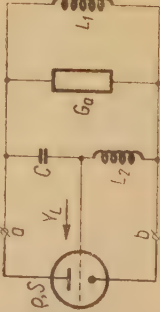
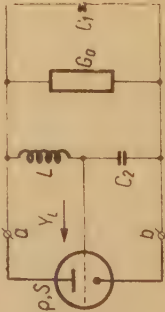
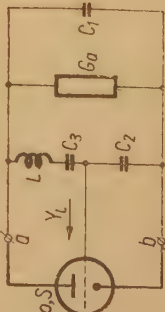
2.2. Generator Colpittsa

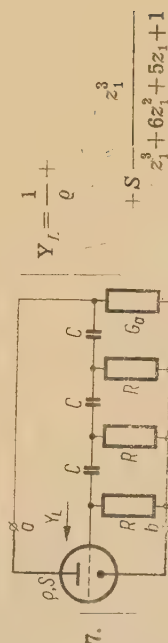
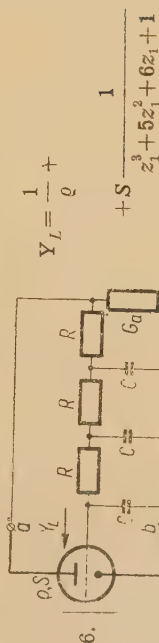
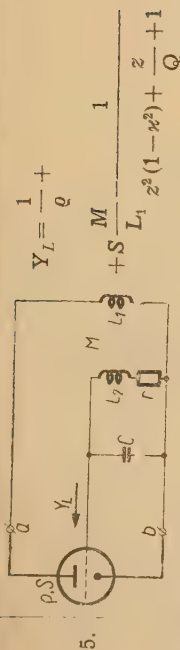
Schemat układu uwidoczniło w tablicy 1, poz. 3.

Gałąź sprzężenia zwrotnego składa się z dzielnika napięcia LC_2 . W gałęzi sprzężenia zwrotnego nie uwzględniono oporów rzeczywistych, a tłumienie obwodu reprezentuje przewodność G . Współczynnik sprzężenia zwrotnego wyraża się wzorem

$$m = \frac{\frac{1}{pC_2}}{pL + \frac{1}{pC_2}} = \frac{1}{1 + p^2 LC_2}. \quad (18)$$

Zestawienie wzorów na admitancję elektronową lampy dla kilku klasycznych układów generacyjnych

Poz.	Układ	Admitancja lampy	Konduktancja	Susceptancja	Oznaczenia
1.		$Y_I = \frac{1}{\varrho} - S \frac{M}{L_1} \frac{z}{z + \frac{1}{Q}}$	$G_I = \frac{1}{\varrho} + \frac{M}{-S L_1} \frac{x^2 + y^2 + \frac{x}{Q}}{\left(x + \frac{1}{Q}\right)^2 + y^2}$	$B_I = \frac{1}{Q} \frac{y}{\left(x + \frac{1}{Q}\right)^2 + y^2}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $Q = \frac{\omega_0 L_1}{r}$
2.		$Y_I = \frac{1}{\varrho} + S \frac{z^2}{1 + k + z^2}$	$G_I = \frac{1}{\varrho} + S \frac{(1+k)(x^2 - y^2) + (x^2 + y^2)^2}{[1 + k + x^2 - y^2]^2 + 4x^2 y^2}$	$B_I = S \frac{2xy(1+k)}{[1 + k + x^2 - y^2]^2} + \frac{2xy(1+k)}{4x^2 y^2}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}; k = \frac{L_1}{L_2}$
3.		$Y_I = \frac{1}{\varrho} + S \frac{1}{1 + z^2(1+k)}$	$G_I = \frac{1}{\varrho} + S \frac{1 + (1+k)(x^2 - y^2)}{[1 + (1+k)(x^2 - y^2)]^2 + 4(1+k^2)x^2 y^2}$	$B_I = \frac{-2xy(1+k)}{[1 + (1+k)(x^2 - y^2)]^2} + \frac{C_2}{LC_1 C_2}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}; k = \frac{C_2}{C_1}$
4.		$Y_I = \frac{1}{\varrho} + S_1 \frac{1}{1 + z^2(1+k_1)}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}{LC_1 C_2 C_3}}$ $k = \frac{C_2}{C_1}; \gamma = \frac{C_2}{C_3}$ $S_1 = \frac{S}{1 + \gamma}; k_1 = \frac{k}{1 + \gamma}$		



Parametry lampy: S — nachylenie charakterystyki,

K — współczynnik amplifikacji, ϱ — oporność wewnętrzna.

$z = x + jy$ — częstotliwość zespolona znormowana w stosunku do częstotliwości ω_0 .

$x = \frac{a}{\omega_0}$ — inkrement znormowany.

$y = \frac{\omega}{\omega_0}$ — częstotliwość kołowa znormowana.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}; z = \frac{M}{L_1 L_2}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}; z_1 = \sqrt{6} \cdot z$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6RC}}; z_1 = \frac{z}{\sqrt{6}}$$

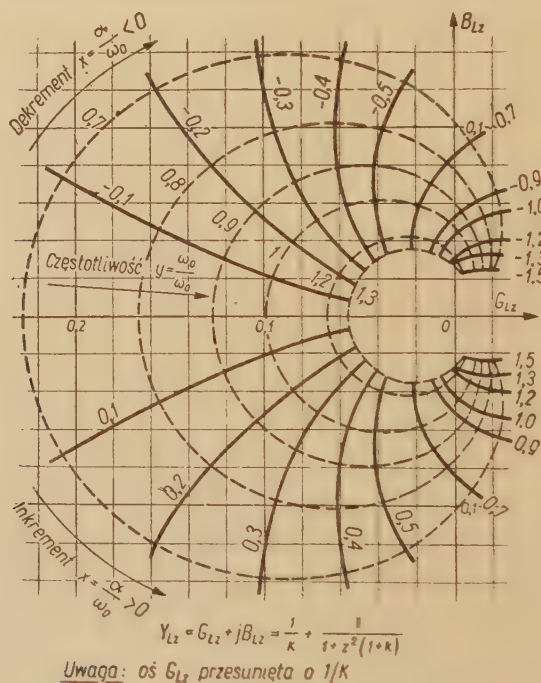
Wprowadzamy oznaczenia

$$k = \frac{C_2}{C_1} \quad (19)$$

oraz

$$\omega_0^2 = \frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2} \quad (20)$$

Wartość k określa wartość sprzężenia zwrotnego w stanie ustalonym; ω_0 jest częstotliwością drgań układu w stanie sinusoidalnym.



Rys. 4. Wykres składowych admittancji lampy $Y_{Ls} = G_{Ls}(x, y) + jB_{Ls}(x, y)$ dla układu generacyjnego Colpittsa (patrz tablica 1, poz. 3). (Parametr $k = C_2/C_1 = 10$)

Uwzględniając (12) oraz (20) otrzymujemy znormowaną postać wyrażenia (18)

$$m = \frac{1}{1+z^2(1+k)} \quad (21)$$

Podstawiając powyższą zależność do (9) otrzymujemy wyrażenie na admittancję lampy w układzie generacyjnym Colpittsa jako

$$Y_L = \frac{1}{e} + \frac{S}{1+z^2(1+k)} \quad (22)$$

lub w postaci znormowanej (10)

$$Y_{Lz} = \frac{1}{K} + \frac{1}{1+z^2(1+k)} \quad (23)$$

Składowa rzeczywista tej admitancji (konduktancja) wyraża się wzorem

$$G_{Lz} = \frac{1}{K} + \frac{1+(1+k)(x^2-y^2)}{[1+(1+k)(x^2-y^2)]^2 + 4(1+k)^2x^2y^2}, \quad (24)$$

a składowa urojona (susceptancja)

$$B_{Lz} = \frac{-2xy(1+k)}{[1+(1+k)(x^2-y^2)]^2 + 4(1+k)^2x^2y^2} \quad (25)$$

Cechą charakterystyczną jest zależność admitancji lampy (23) od częstotliwości zespolonej $z=x+jy$ (patrz dyskusja w p. 3). Wykres admitancji określonej wzorem (23) uwidoczniiony jest na rys. 4.

2.3. Generator Hartleya

W podobny sposób, jak to uczyniono wyżej dla generatora Colpittsa, można wyprowadzić wzór na admitancję lampy w układzie generacyjnym Hartleya (tablica 1, poz. 2). Współczynnik sprzężenia zwrotnego wyraża się zależnością

$$m = \frac{p^2 L_2 C}{1 + p^2 L_2 C} \quad (26)$$

Wprowadzając oznaczenia

$$k = \frac{L_1}{L_2} \quad (27)$$

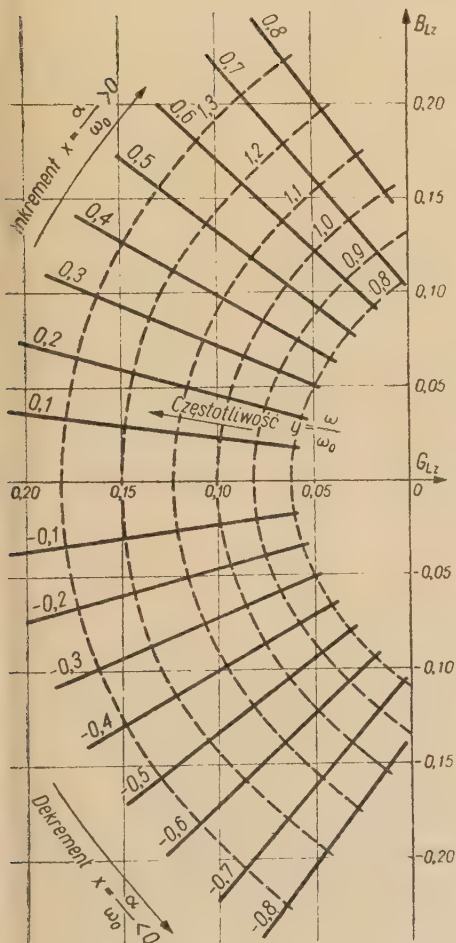
oraz

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C(L_1 + L_2)}, \quad (28)$$

otrzymujemy

$$m = \frac{z^2}{1+k+z^2}, \quad (29)$$

czyli admitancja lampy wyraża się wzorem



rys. 5. Wykres składowych admitancji lampy $Y_{Lz} = G_{Lz}(x, y) + jB_{Lz}(x, y)$ dla układu generacyjnego Hartleya (patrz tablica 1 poz. 2). Parametr $K = L_1/L_2 = 10$. Wykres wykonano dla współczynnika amplifikacji $K = \infty$, czyli skalę osi G_{Lz} należy przesunąć o $1/K$.

$$Y_{Lz} = \frac{Y_L}{S} = \frac{1}{K} + \frac{z^2}{1+k+z^2} \quad (30)$$

Składowa rzeczywista tej admitancji jest

$$G_{Lz} = \frac{1}{K} + \frac{(1+k)(x^2-y^2)+(x^2+y^2)^2}{[1+k+(x^2-y^2)]^2+4x^2y^2}, \quad (31)$$

zaś składowa urojona

$$B_{Lz} = \frac{2xy(1+k)}{[1+k+(x^2-y^2)]^2+4x^2y^2}. \quad (32)$$

Wykresy admitancji określonej wzorem (30) podano na rys. 5.

Na podstawie wykresów z rys. 4 oraz rys. 5 można porównać zależność admitancji od częstotliwości zespolonej w układzie generacyjnym Hartleya i Colpittsa.

Dla dekrementów bliskich zera ($x \ll 1$) przy wzroście częstotliwości y w układzie Colpittsa przewodność ujemna maleje, podczas gdy w układzie Hartleya rośnie.

Dla dodatnich wartości dekrementu ($x > 0$) susceptancja lampy w układzie Colpittsa jest ujemna (indukcyjna) — w układzie Hartleya — dodatnia (pojemnościowa). Z tego względu wartość częstotliwości drgań w okresie narastania jest w układzie Colpittsa podwyższona przez efekt reaktancyjny lampy, a w układzie Hartleya — obniżona.

Z porównania wzorów (23) oraz (30) widać ponadto, że w układzie Colpittsa admitancja ma punkt zerowy dla $z \rightarrow \infty$, a w układzie Hartleya dla $z \rightarrow 0$.

2.4. Zestawienie wzorów dla różnych układów generacyjnych

W tablicy 1 zestawiono wzory na admitancję lampy dla kilku bardziej znanych układów generacyjnych. Wzory są ściśle w odniesieniu do zamieszczonych w tablicy schematów. Częstotliwość zespolona jest każdorazowo znormowana w stosunku do częstotliwości ω_0 określonej dla każdego układu wzorami podanymi w tablicy 1.

W układach Hartleya i Colpittsa straty obwodu uwzględniono przez przewodność równoległą G . Jest to pewne uproszczenie w stosunku do schematów rzeczywistych, ale zapewnia przejrzystość wzorów ujmujących zasadnicze zjawiska z pominięciem wpływów drugorzędnych¹. Jeśli idzie o układ generacyjny Clappa (tablica 1, poz. 4), to wzory mają układ identyczny jak dla generatora Colpittsa, tylko zmieniają się współczynniki (patrz poz. 4 — oznaczenia i uwagi).

¹ Stwierdzenie to dotyczy zjawiska narastania drgań, gdyż na przykład przy dyskusji stałości częstotliwości generatorów w stanie ustalonym wpływ oporu szeregowego może być odmienny od wpływu oporu równoległego.

Równania admitancji dla generatorów RC są wyprowadzone i rozwiązane w dodatku C, równanie zaś admitancji dla generatora Meissnera z dostrojoną cewką siatkową w dodatku B. Cechą charakterystyczną dla generatorów RC jest fakt, że susceptancja lampy nie jest równa zeru nawet w stanie sinusoidalnym ($x=0$) (niezależnie od ewentualnych efektów nieliniowych). Posiada ona charakter indukcyjny, kompensujący pojemnościowe obciążenia obwodów zewnętrznych. Na ten stan rzeczy zwróciło uwagę szeregi autorów [4] [13]. W związku z tym częstotliwość drgań jest mniejsza od częstotliwości rezonansowej (patrz wzór C—34 i C—48 w dodatku C).

3. DYSKUSJA ZALEŻNOŚCI PRZEWODNOŚCI UJEMNEJ OD INKREMENTU

Jak wiadomo, w układzie generacyjnym konduktancja lampy jest ujemna (opór ujemny), gdyż kompensuje ona konduktancję dodatnią obwodu drgań (tłumienie).

Zależność przewodności ujemnej lampy od inkrementu rozpatrzmy na przykładzie generatora Colpittsa. Dla uproszczenia przyjmijmy częstotliwość $\omega = \omega_0$ ($y=1$). Przewodność ujemna, zgodnie ze wzorem (24) wyraża się wówczas

$$G_{Lz} = \frac{1 - (1+k)(1-x^2)}{[1 - (1+k)(1-x^2)]^2 + 4(1+k)^2 x^2} \quad (33)$$

Dla $x=0$ (stan ustalony sinusoidalny) mamy

$$G_{Lz} = -\frac{1}{k} \quad (x=0). \quad (34)$$

Iloraz (33) przez (34) jest

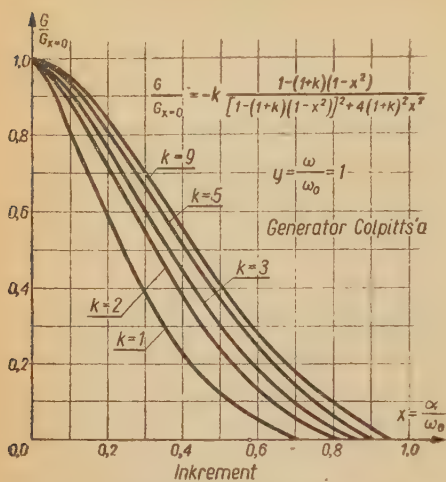
$$\frac{G}{G_{x=0}} = -k \frac{1 - (1+k)(1-x^2)}{[1 - (1+k)(1-x^2)]^2 + 4(1+k)^2 x^2} \quad (35)$$

Zależność tę, będącą stosunkiem przewodności ujemnej w stanie ustalonym ($x=0$) do przewodności ujemnej w okresie narastania wykreślono na rys. 6a. Jak widać, w miarę wzrostu inkrementu (czyli szybkości narastania drgań), przewodność ujemna lampy maleje. Fizyczną przyczynę tego stanu rzeczy wyjaśnia wykres kąta fazowego współczynnika sprzężenia zwrotnego w zależności od inkrementu (rys. 6b) oraz wykresy fazów napięcia anodowego i siatkowego (rys. 7). Dla $x=0$ przesunięcie fazowe między napięciem anodowym a siatkowym wynosi 180° . W miarę wzrostu inkrementu kąt ten jest mniejszy od 180° i dla pewnej wartości x_{gr} osiąga 90° . W przypadku generatora Colpittsa, wartość ta jest określona przez zależność

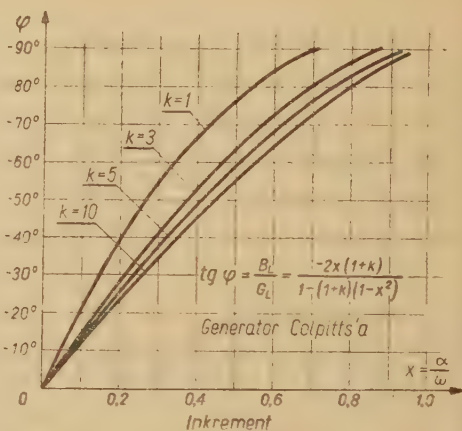
$$x_{gr} = \sqrt{\frac{k}{k+1}}, \quad (36)$$

którą otrzymujemy przyrównując do zera wzór (33). Tej granicznej war-

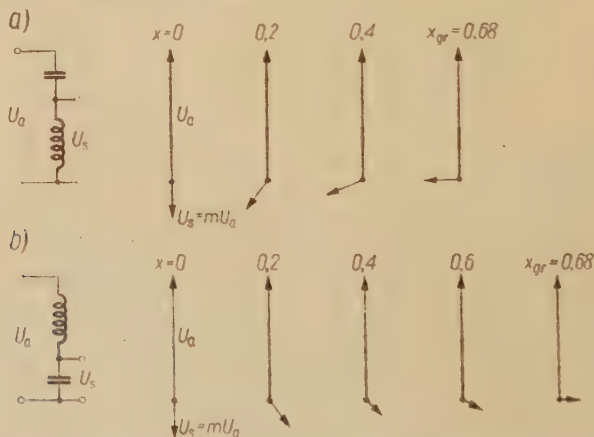
tości szybkości narastania nie można osiągnąć lub przekroczyć przez zwiększenie nachylenia lampy.



Rys. 6a. Zależność przewodności ujemnej lampy od inkrementu. Wykreślono stosunek przewodności ujemnej w stanie ustalonym ($x=0$) do przewodności ujemnej w okresie narastania drgań



Rys. 6b. Zależność kąta fazowego współczynnika sprzężenia zwrotnego od inkrementu



Rys. 7. Wykresy fazorów napięcia anodowego U_a i napięcia siatkowego U_g ; a. dla dzielnika napięcia pojemnościowo-indukcyjnego (jak w generatorze Hartleya), b. dla dzielnika napięcia indukcyjno-pojemnościowego (jak w generatorze Colpittsa). Wykresy ujmują zależność przesunięcia fazy od wartości inkrementu $x = \frac{\alpha}{\omega_0}$. Dla $x = x_{gr}$ przesunięcie fazowe wynosi $+ \text{ lub } -90^\circ$. Wykresy wykonano dla $y = \frac{\omega}{\omega_0} = 1$, oraz $k = \frac{C_1}{C_2}$, lub $k = \frac{L_1}{L_2} = 3$ (patrz tablica 1)

Podobne ograniczenie istnieje we wszystkich układach generacyjnych, gdzie w gałęzi sprzężenia zwrotnego stosuje się przesuwники fazowe LC oraz RC . Dotyczy to również generatora Meissnera z dostrojoną cewką siatkową. Wymienione układy generacyjne nie mogą być stosowane w przypadkach, gdy zależy, aby okres narastania drgań skrócić np. do jednego okresu w. cz.; tymbardziej nie można w oparciu o sprzężenia zwrotne LC zbudować układów typu generatora samodławnego.

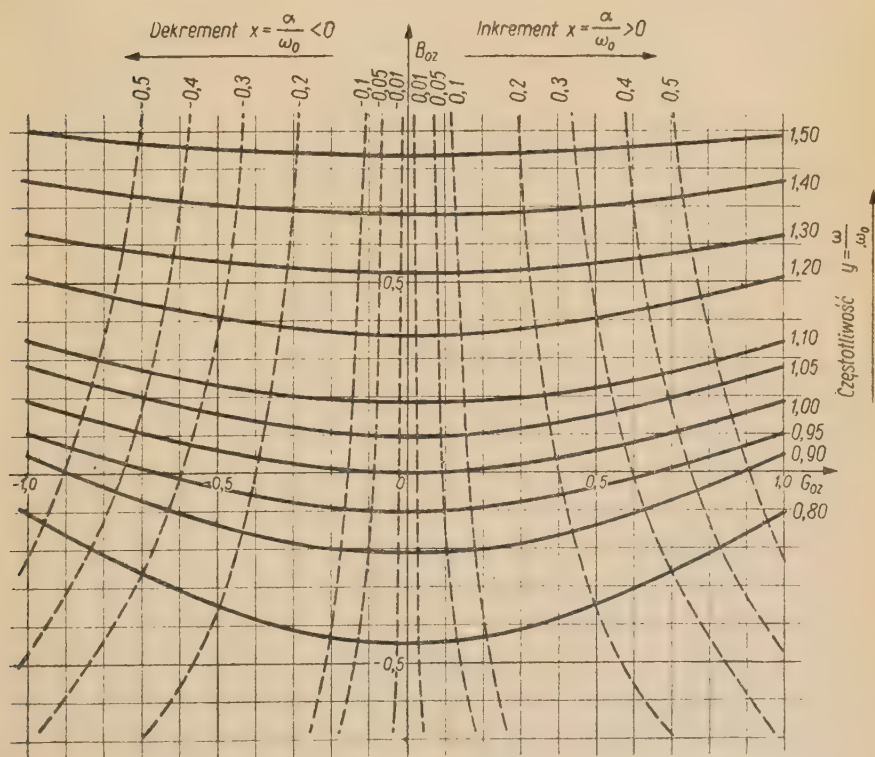
Ogólny wgląd w zachowanie się admitancji lampy przy narastaniu drgań dają wykresy admitancji (rys. 4).

4. ADMITANCJE OBWODÓW DRGAŃ W GENERATORACH

Admitancja obwodu rezonansowego równoległego

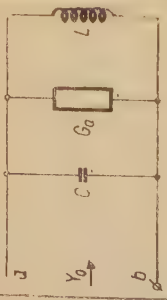
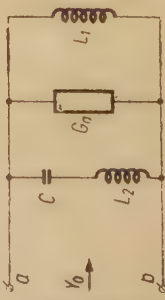
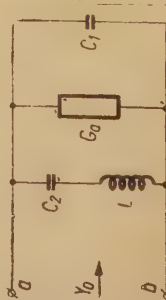
Admitancja obwodu rezonansowego równoległego (tablica 2, poz. 1) wyraża się zależnością

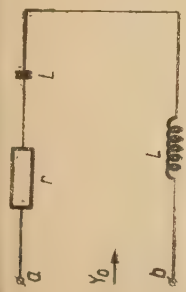
$$Y_0 = G + pC + \frac{1}{pL} \quad (37)$$



Rys. 8a. Wykres admitancji obwodu rezonansowego równoległego. Wykres wykonano dla $Q = \infty$ (patrz tablica 2, poz. 1). Dla skończonych wartości Q skalę osi G_{0z} należy przesunąć o wartość $1/Q$

Zestawienie wzorów na admitancję obwodów zewnętrznych dla kilku klasycznych układów generacyjnych

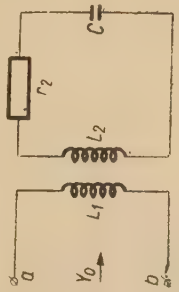
Poz.	Obwód	Admitancja	Konduktancja	Susceptancja	Oznaczenia
1.		$Y_{0z} = z + \frac{1}{z} + \frac{1}{Q}$	$G_{0z} = \frac{1}{Q} + x + \frac{x}{x^2 + y^2}$	$B_{0z} = y - \frac{y}{x^2 + y^2}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $Y_0 = Y_{0z} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ $Q = \frac{1}{G_0} \sqrt{\frac{C}{L}}$
2.		$Y_{0z} = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{z} + \frac{kz}{1+k+z^2}$	$G_{0z} = \frac{1}{Q_1} + \frac{x}{x^2 + y^2} + kx \frac{1+k+x^2+y^2}{[1+k+x^2-y^2]^2 + 4x^2y^2}$	$B_{0z} = \frac{-y}{x^2 + y^2} + \frac{1+k-(x^2+y^2)}{[1+k+x^2-y^2]^2 + 4x^2y^2}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}; k = \frac{L_1}{L_2}$ $Y_0 = Y_{0z} \frac{1}{\omega_0 L_1} = Y_{0z} \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1}} \sqrt{\frac{1+k}{k}}$ $Q_1 = \frac{1}{\omega_0 L_1 G_0}$
3.		$Y_{0z} = \frac{1}{Q_1} + z + \frac{kz}{1+z^2(1+k)}$	$G_{0z} = \frac{1}{Q_1} + x + kx \frac{1+(x^2+y^2)(1+k)}{[1+(x^2-y^2)(1+k)]^2 + [2xy(1+k)]^2}$	$B_{0z} = y + ky \frac{1-(x^2+y^2)(1+k)}{[1+(x^2-y^2)(1+k)]^2 + [2xy(1+k)]^2}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 - C_2}{LC_1 C_2}}; k = \frac{C_2}{C_1}$ $Y_0 = Y_{0z} \cdot \omega_0 C_1 = \sqrt{\frac{C_1}{L}} \sqrt{\frac{1+k}{k}} B_{0z}$ $Q_1 = \frac{\omega_0 C_1}{G_0} + \frac{[2xy(1+k)]^2}{[1+(x^2-y^2)(1+k)]^2}$



4.

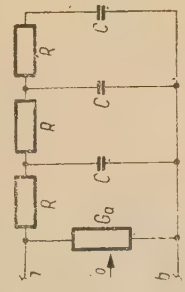
$$Y_{0z} = \frac{z}{z^2 + \frac{1}{Q}}$$

$$G_{0z} = x \left(x^2 - y^2 + \frac{x}{Q} + 1 \right) + y^2 \left(2x + \frac{1}{Q} \right) + \left[x^2 - y^2 + \frac{x}{Q} + 1 \right]^2 + \left[y \left(\frac{1}{Q} + 2x \right) \right]^2$$



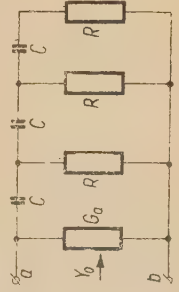
5.

$$Y_{0z} = \frac{1}{z - \frac{z^3}{x^2} - \frac{z}{z^2 + 1} + \frac{1}{Q}}$$



6.

$$Y_{0z} = G_0 R + \frac{z_1(z_1^2 + 4z_1 + 3)}{z_1^3 + 5z_1^2 + 6z_1 + 1}$$



7.

$$Y_{0z} = G_0 R + \frac{z_1(3z_1^2 + 4z_1 + 1)}{z_1^3 + 6z_1^2 + 5z_1 + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \quad \kappa = \frac{M}{L_1 L_2}$$

$$Y_0 = Y_{0z} = \frac{L_2}{\omega_0 M^2}$$

$$Q = r_2 \omega_0 C$$

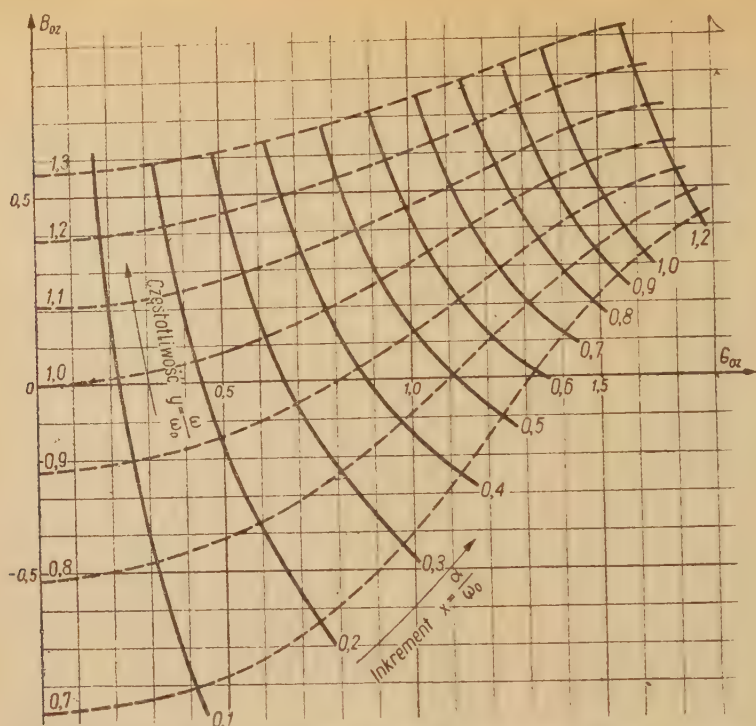
$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}; z_1 = \sqrt{6} z$$

$$Y_0 = Y_{0z} = \frac{1}{R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6RC}}; z_1 = \frac{z}{\sqrt{6}}$$

$$Y_{0z} = Y_0 = \frac{1}{R}$$

$z = x + jy$ — częstotliwość zespolona znormowana w stosunku do częstotliwości ω_0
 x — inkrement znormowany
 y — częstotliwość kołowa znormowana



Rys. 8b. Wykres admitancji $Y_{0z} = G_{0z}(x, y) + jB_{0z}(x, y)$ dla obwodu rezonansowego równoległego z dzieloną pojemnością. Wykres wykonano dla $Q_1 = \infty$ (patrz tablica 2, poz. 3). Dla skończonych wartości Q_1 skalę osi G należy przesunąć o wartość $1/Q_1$. Wykres dla dekrementów ($x < 0$) jest zwierciadlanym odbiciem zamieszczonego wykresu dla inkrementów ($x > 0$)

Wzór ten można przepisać w postaci znormowanej

$$Y_{0z} = \frac{1}{Q} + z + \frac{1}{z} \quad (38)$$

gdzie admitancja znormowana wyraża się wzorem

$$Y_{0z} = Y_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = G_{0z} + jB_{0z}, \quad (39)$$

Q zaś jest dobrocią obwodu, przy czym

$$Q = \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{1}{G} \quad (40)$$

Konduktancja obwodu wyraża się wzorem

$$G_{0z} = \frac{1}{Q} + x + \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (41)$$

a susceptancja

$$B_{0z} = y - \frac{y}{x^2 + y^2}. \quad (42)$$

Na rysunku 8a wykreślono we współrzędnych G_{0z} , B_{0z} wartości składowych admitancji w zależności od parametrów x oraz y . Wykres wykonano dla $Q = \infty$, tak że do wartości konduktancji odczytanej z wykresu należy dodać wartość $\frac{1}{Q}$.

W przypadku obwodu szeregowego (tablica 2, poz. 4), jego impedancja wyraża się wzorem (38), czyli wykresy admitancji obwodu równoległego są równocześnie wykresami impedancji obwodu szeregowego. Wzór na admitancję otrzymujemy, przeprowadzając inwersję wzoru (38), co daje

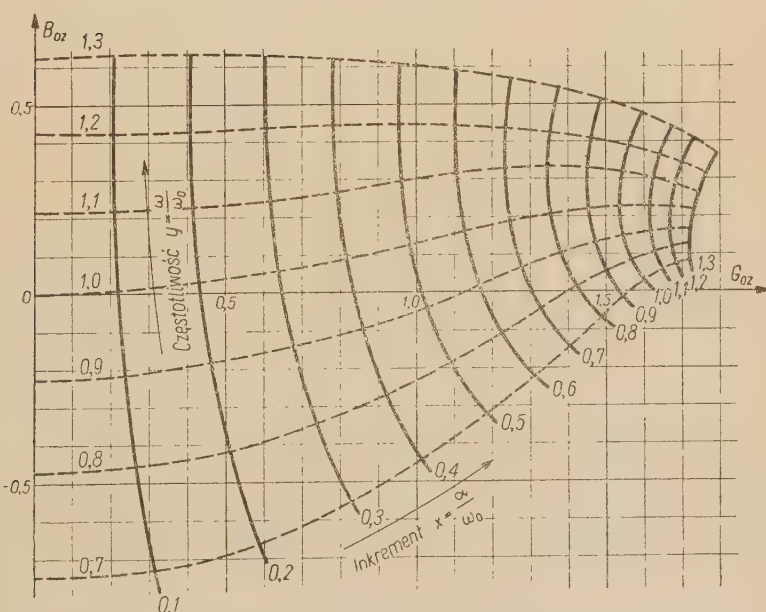
$$Y_{0z} = \frac{z}{z^2 + \frac{z}{Q} + 1}, \quad (43)$$

a stać (dla $Q = \infty$)

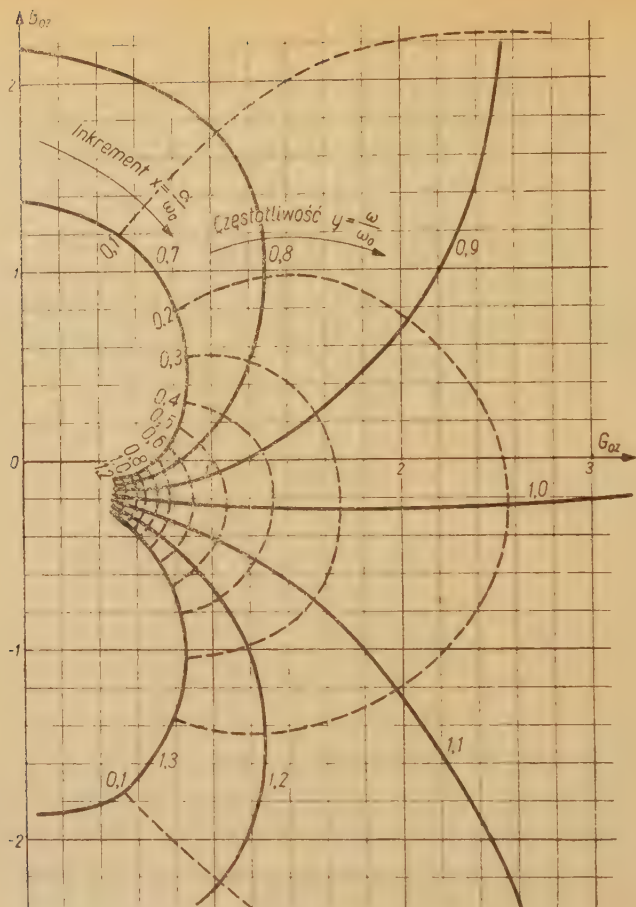
$$G_{0z} = \frac{x[1+x^2+y^2]}{|1+x^2-y^2|^2+4x^2y^2} \quad (44)$$

oraz

$$B_{0z} = \frac{y[1-x^2-y^2]}{[1+x^2-y^2]+4x^2y^2}. \quad (45)$$



Rys. 8c. Wykres admitancji $Y_{0z} = G_{0z}(x, y) + jB_{0z}(x, y)$ dla obwodu rezonansowego równoległego z dzieloną indukcyjnością (patrz tabela 2, poz. 2). Wykres wykonano dla $Q_1 = \infty$. Dla skończonych wartości Q_1 skalę osi G należy przesunąć o wartość $1/Q_1$. Wykres dla dekrementów $x < 0$ (niezamieszczony) jest zwierciadlanym odbiciem wykresu dla inkrementów ($x > 0$)



Rys. 9. Wykres admitancji dla obwodu rezonansowego szeregowego bez strat ($Q=\infty$), (patrz tablica 2, poz. 4).

Wzory dla znormowanych wartości admitancji obwodów obciążenia lampy w typowych układach generacyjnych zestawiono w tablicy 2.

5. PRZYKŁAD ROZWIĄZANIA RÓWNANIA ADMITANCJI

Rozwiążemy równanie admitancji dla układu generacyjnego Colpittsa.

Wzory na admitancje lampy i obwodu obciążenia zamieszczono w tablicy 2 i 3 poz. 3. Przyrównując sumę obu admitancji do zera otrzymujemy

$$\frac{1}{g} + \frac{S}{1 + \gamma z^2} + G_a + \omega_0 C_1 \left(z + \frac{kz}{1 + \gamma z^2} \right) = 0, \quad (46)$$

gdzie

$$\gamma = 1 + k = 1 + \frac{C_2}{C_1}. \quad (47)$$

Sprowadzając zależność (46) do wspólnego mianownika i przyrównując licznik do zera otrzymujemy równanie

$$z^3 \omega_0 C_1 \gamma + z^2 \gamma G_{a1} + z \omega_0 C_1 \gamma + S + G_{a1} = 0, \quad (48)$$

przy czym

$$G_{a1} = \frac{1}{\varrho} + G_a \quad (49)$$

jest przewodnością wypadkową wynikającą ze strat obwodu i tłumienia przez oporność wewnętrzną lampy. Równanie (48) można przepisać w postaci

$$z^3 + \frac{z^2}{Q_1} + z + \frac{S + G_{a1}}{\gamma \omega_0 C_1} = 0, \quad (50)$$

gdzie

$$Q_1' = \frac{\omega_0 C_1}{G_{a1}}. \quad (51)$$

Równanie (50) przepisujemy w postaci ogólnej

$$A_3 z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0 = 0. \quad (52)$$

W tym przypadku mamy

$$A_3 = 1, \quad (53)$$

$$A_2 = \frac{1}{Q_1} = \frac{G_{a1}}{\omega_0 C_1}, \quad (54)$$

$$A_1 = 1, \quad (55)$$

$$A_0 = \frac{S + G_{a1}}{\gamma \omega_0 C_1}. \quad (56)$$

Podstawiając do zespolonego równania (52) $z = x + jy$ otrzymujemy rozdzielając część rzeczywistą i urojoną dwa równania. Eliminując z nich y otrzymujemy następujące równanie trzeciego stopnia, z którego można wyznaczyć inkrement x

$$8A_3 x^3 + 8A_3 A_2 x^2 + (2A_3 A_1 + 2A_2^2) x + A_2 A_1 - A_0 A_3 = 0. \quad (57)$$

Jeśli drgania narastają powolnie, czyli gdy $x \ll 1$, to równanie to upraszcza się, gdyż można pominąć wyrazy zawierające x w wyższych potęgach, i w rezultacie inkrement można wyznaczyć ze wzoru

$$x \approx \frac{A_0 A_3 - A_2 A_1}{2A_1 A_3 + A_2^2}. \quad (58)$$

Stan graniczny $x=0$ określony jest warunkiem Hurwita

$$A_0 A_3 - A_2 A_1 = 0. \quad (59)$$

W stanie granicznym częstotliwość drgań określona jest równaniem

$$y^2 = \frac{A_0}{A_2} = \frac{A_1}{A_3}. \quad (60)$$

Dla rozpatrywanego generatora Colpittsa wzór na inkrement otrzymany z podstawienia (53—56) do (58) przyjmuje postać

$$x \approx \frac{\frac{S + G_{a1}}{\omega_0 C_1 \gamma} - \frac{1}{Q_1}}{2 \left(1 + \frac{1}{Q_1^2} \right)}. \quad (61)$$

Pomijając w mianowniku $1/Q_1^2$ wobec jedności i wyciągając $1/\omega_0 C_1$ przed nawias otrzymujemy

$$x = \frac{1}{2\omega_0 C_1} \left(\frac{S}{k} - G_{a1} \right), \quad (62)$$

czyli

$$\alpha = \omega_0 x = \frac{1}{2C_1} \left(\frac{S}{k} - G_{a1} \right). \quad (63)$$

Częstotliwość drgań w okresie narastania drgań można wyznaczyć ze wzoru (60). W stanie granicznym

$$y^2 = 1, \quad (64)$$

czyli

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}. \quad (65)$$

6. STABILNOŚĆ CZĘSTOTLIWOŚCI W OKRESIE NARASTANIA DRGAŃ

Załóżmy, że rozwiązanie równania admitancji układu liniowego wyznacza wartość częstotliwości zespolonej $z_1 = x_1 + jy_1$. Należy się upewnić, czy wartość ta jest stabilna. W tym celu należy sprawdzić, czy jeśli na skutek zaburzenia częstotliwość chwilowa przyjmuje wartość $z_2 = z_1 + \mu(t)$, to układ wraca do równowagi, to znaczy $\mu(t) \rightarrow 0$ gdy $t \rightarrow \infty$.

Zmienny w czasie przyrost częstotliwości jest

$$\mu(t) = \mu_x(t) + j\mu_y(t), \quad (66)$$

gdzie μ_x jest przyrostem inkrementu, zaś μ_y przyrostem częstotliwości kołowej.

Jeśli zaburzenie ma asymptotycznie maleć do zera, to przyrosty μ_x oraz

μ_y oraz ich pochodne $\dot{\mu}_x$ oraz $\dot{\mu}_y$ powinny być przeciwnego znaku, czyli powinny być spełnione zależności²

$$\mu_x \dot{\mu}_x < 0 \quad (67)$$

oraz

$$\mu_y \dot{\mu}_y < 0. \quad (68)$$

Jeśli równanie admitancji napiszemy w postaci

$$Y = G + jB = Y_L + Y_0 = 0, \quad (69)$$

to można wykazać na podstawie teorii obwodów dla zmiennej częstotliwości [1] [5], że zależności (67) oraz (68) są spełnione, jeśli spełnione są zależności

$$\frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} > 0 \quad (70)$$

lub

$$\frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} < 0. \quad (71)$$

Zależności powyższe wyprowadzono w dodatku B.

Jak widać, stabilność częstotliwości uwarunkowana jest znakiem pierwszych i drugich pochodnych konduktancji G oraz susceptancji B względem x lub y .

7. WYZNACZENIE WARTOŚCI INKREMENTU NARASTANIA DRGAŃ

Równanie równowagi admitancji pozwala przy zadanych parametrach układu generacyjnego wyznaczyć niewiadome x oraz y , czyli inkrement oraz częstotliwość drgań. Znaleźnienie rozwiązania jest tym trudniejsze, im wyższy jest stopień równania. W przypadku równania trzeciego stopnia inkrement wyznaczony z równania (57) które jest również trzeciego stopnia.

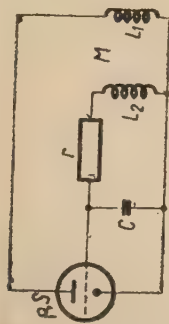
Jeśli narastanie drgań jest powolne to można korzystać ze wzoru przybliżonego (58), obowiązującego dla $x \ll 1$. W oparciu o ten wzór wyprowadzono wzory przybliżone, zestawione w tablicy 3. Wszystkie te wzory łączą pewne podobieństwo. Jak wiadomo, jeśli obwód drgań LC pobudzany jest do drgań przez liniową przewodność ujemną \mathfrak{D} , wówczas inkrement narastania drgań wyraża się wzorem

$$\alpha = \frac{\mathfrak{D} - G_{a1}}{2C}, \quad (72)$$

² Zależności te są słuszne, jeśli po powstaniu zaburzenia składowe częstotliwości chwilowej wracają do stanu ustalonego monotonicznie (bez oscylacji). Z tej przyczyny należy je uważać za warunki konieczne, ale nie wystarczające.

Zestawienie wzorów na inkrement narastania drgań dla kilku klasycznych układów generacyjnych

Poz.	Układ	Konduktan- cja lampy	Konduktan- cja obwodu	Inkrement x	Inkrement $\alpha = \omega_0 x$	Oznaczenia
1.		$G_L \cong \frac{1}{\varrho} - S \frac{M}{L_1}$	$G_{0z} \cong \frac{1}{Q} + 2x$	$x \cong \frac{S \frac{M}{L_1} - \frac{1}{\varrho} - G_a}{2 \sqrt{\frac{C}{L_1}}}$	$\alpha \cong \frac{S \frac{M}{L_1} - \frac{1}{\varrho} - G_a}{2C}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $G_0 = G_a \sqrt{\frac{C}{L}}$ $Q = \frac{1}{G_a} \sqrt{\frac{C}{L}}$
2.		$G_L \cong \frac{1}{\varrho} - \frac{S}{k}$	$G_{0z} \cong \frac{1}{Q_1} + 2x \frac{k+1}{k}$	$x \cong \frac{\frac{S}{k} - \frac{1}{\varrho} - G_a}{2 \frac{1}{\omega_0 L_1} \frac{k+1}{k}}$	$\alpha \cong \frac{1}{2C} \frac{1}{k+1} \left(k \frac{S}{\varrho} - \frac{1}{\varrho} - G_a \right)$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}}$ $Q_1 = \frac{1}{G_a \omega_0 L_1}$
3.		$G_L \cong \frac{1}{\varrho} - \frac{S}{k}$	$G_{0z} \cong \frac{1}{Q_1} + 2x \frac{k+1}{k}$	$x \cong \frac{\frac{S}{k} - \frac{1}{\varrho} - G_a}{2 \omega_0 C_1 \frac{k+1}{k}}$	$\alpha \cong \frac{1}{2C} \frac{1}{k+1} \left(k \frac{S}{\varrho} - \frac{1}{\varrho} - G_a \right)$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$ $Q_1 = \frac{\omega_0 C_1}{G_a}$

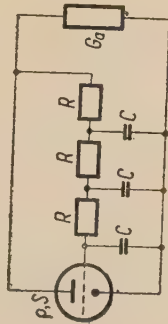


4.

$$x \cong \frac{S \frac{M}{L_2} - \left(\frac{r_2 C}{L_2} + \frac{1}{\varrho} \frac{M^2}{L_2^2} \right)}{2 \sqrt{\frac{C}{L_2}}}$$

$$\alpha \cong \frac{S \frac{M}{L_2} - \left(\frac{r_2 C}{L_2} + \frac{1}{\varrho} \frac{M^2}{L_2^2} \right)}{2C}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$$



5.

$$x_1 \cong R(a+1) \frac{S - S_{gr}}{56a^2 + 58a + 38}$$

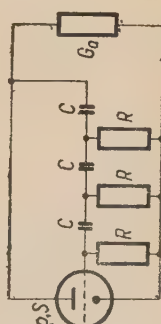
$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}$$

$$x_1 = \sqrt{6} x$$

$$S_{gr} = 29G_{a1} + 38 \frac{1}{R}$$

$$+ 12 \frac{1}{R^2 G_{a1}}$$

$$a = G_{a1} R; G_{a1} = G_a + \frac{1}{\varrho}$$



6.

$$x_1 = \frac{aR(S - S_{gr})}{82a^2 + (128 + 10SR)a + 2SR + 38}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6} RC}$$

$$x_1 = \frac{x}{\sqrt{6}}$$

$$S_{gr} = 29G_{a1} + 23 \frac{1}{R} + 4 \frac{1}{G_{a1} R^2}$$

$$a = G_{a1} R; G_{a1} = G_a + \frac{1}{\varrho}$$

gdzie G_{a1} jest przewodnością strat. Wzory umieszczone w tablicy 3 mają charakter podobny do wzoru (72). Różnica polega na tym, że obowiązują one tylko dla dostatecznie małych wartości x oraz że przewodność ujemna \mathfrak{D} oraz przewodność strat G_{a1} są funkcjami parametrów układu generacyjnego. Np. dla układu Meissnera z dostrojonym obwodem anodowym (tablica 3, poz. 1)

$$\mathfrak{D} = S \frac{M}{L_1}, \quad (73)$$

a

$$G_{a1} = \frac{1}{\varrho} + G_a. \quad (74)$$

Podobnie dla układu Hartleya (tablica 3, poz. 2)

$$\mathfrak{D} \approx \frac{S}{k}, \quad (75)$$

G_{a1} zaś określone jest przez wzór (74). Ponadto w generatorze Hartleya o wartości inkrementu decyduje wartość pojemności obwodu zredukowana w stosunku $\frac{k+1}{k}$.

Dla generatorów RC wzór na inkrement narastania drgań można również sprowadzić do postaci podobnej do wzoru (72) (patrz wzór C—40 w dodatku C).

Wartość częstotliwości i inkrementu można także wyznaczyć posługując się wykresami admitancji. Na wykresach admitancji lampy $Y_L = F_1(x_1, y_1)$ oraz admitancji obwodu $Y_0 = F_2(x_2, y_2)$ trzeba znaleźć punkt, w którym $Y_L = -Y_0$ przy $x_1 = x_2$ oraz $y_1 = y_2$. Dla typowych układów generacyjnych można przy tym posługiwać się znormowanymi wykresami admitancji zamieszczonymi w niniejszej pracy.

8. ZAGADNIENIE STANU GRANICZNEGO GENERATORA MEISSNERA O STROJONYM OBWODZIE SIATKOWYM

Znany jest fakt [3], że z równania generatora Meissnera o strojonym obwodzie siatkowym (tablica 1, poz. 5) otrzymujemy dwa pierwiastki na indukcyjność wzajemną dla stanu granicznego, a mianowicie

$$M_1 = \frac{r_2 \varrho C}{K} \quad (76)$$

oraz

$$M_2 = KL_2. \quad (77)$$

W dostępnej literaturze nie spotyka się wyjaśnienia, jakie znaczenie fizyczne ma drugi pierwiastek. Niektórzy autorzy przypisują pierwszy pierwiastek sprzężeniu napięciowemu, a drugi sprzężeniu prądowemu. Czy

drugi pierwiastek ma znaczenie fizyczne, można wyjaśnić, wyznaczając zależność inkrementu od współczynnika sprzężenia $\kappa = M/\sqrt{L_1 L_2}$. Wartość inkrementu w zależności od κ można wyznaczyć z równania (57), przy czym dla omawianego generatora współczynniki wyrażają się następującymi wzorami

$$A_3 = (1 - \kappa^2), \quad (78)$$

$$A_2 = \left(a + \frac{1}{Q} \right), \quad (79)$$

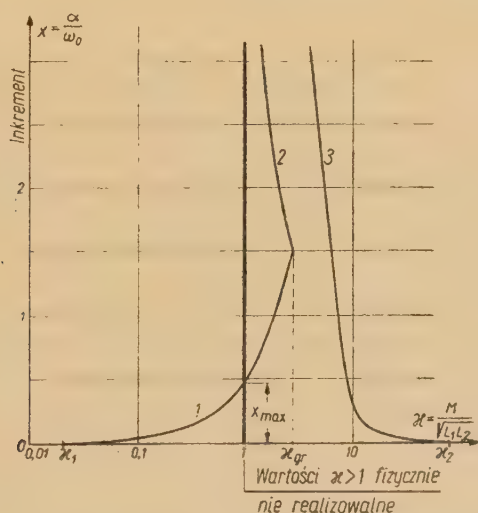
$$A_1 = \frac{a}{Q} + 1 - K \frac{M}{L_1}, \quad (80)$$

$$A_0 = a, \quad (81)$$

gdzie przez a oznaczono

$$a = \frac{\rho}{k} \sqrt{\frac{\bar{C}}{L_2}}; \quad k = \frac{L_1}{L_2}. \quad (82)$$

Pierwiastki równania (57) wykreślone są w funkcji κ na rys. 10. Do



Rys. 10. Zależność inkrementu od wartości współczynnika sprzężenia $\kappa = M/\sqrt{L_1 L_2}$ dla generatora Meissnera ze strojonym obwodem siatkowym. Poszczególne gałęzie 1, 2, 3 wyznaczone zostały z pierwiastków równania (9–10)

obliczenia wykresu przyjęto następujące wartości liczbowe. Przekładnia indukcyjna

$$k = \frac{1}{4}.$$

Dobroć oraz oporność charakterystyczna obwodu siatkowego

$$Q=50; \quad \sqrt{\frac{L_2}{C}}=1000 \Omega.$$

Parametry lampy

$$S=2 \text{ mA/V}; \quad K=40 \text{ V/V}; \quad \varrho=20 \text{ k}\Omega.$$

Pierwszemu stanowi granicznemu (wzór 76) odpowiada na wykresie współczynnik sprzężenia κ_1 . Dla stanu granicznego inkrement x jest równy zeru. W miarę odejścia od stanu granicznego poprzez zwiększenie sprzężenia x rośnie. Dla współczynników sprzężenia zawartych w granicach $\kappa=1$ a $\kappa=\kappa_{gr}$ równanie (57) ma trzy pierwiastki rzeczywiste. Drugiemu stanowi granicznemu odpowiada na wykresie wartość κ_2 . Ponieważ wartości $\kappa > 1$ nie są przy sprzężeniu magnetycznym realizowalne fizycznie, więc znaczenie fizyczne ma tylko pierwszy stan graniczny. Maksymalną wartość inkrementu dla $\kappa=1$ wyznacza zależność

$$x_{\max} = \frac{A_1}{2A_2}; \quad (\kappa=1). \quad (83)$$

Wartość ta w omawianym przypadku jest równa $x_{\max}=0,45$.

9. METODA QUASI-STACJONARNA WYZNACZANIA AMPLITUDY I CZĘSTOTLIWOŚCI CHWILOWEJ W UKŁADACH NIELINIOWYCH

Rozpatrzmy obecnie narastanie drgań w nieliniowym układzie generacyjnym. Jeśli układ zawiera element selektywny, to bądź napięcie, bądź prąd w układzie są w przybliżeniu sinusoidalnie zmienne (o małej zawartości harmonicznych). Wtedy możemy zastosować oparte o analizę Fouriera metody quasi-liniowe [3] [7] [14]. Pozwala to wyznaczyć admitancję lampy (lub oporu ujemnego) jako stosunek pierwszej harmonicznej prądu, do pierwszej harmonicznej napięcia, czyli

$$Y_L = \frac{I_L}{U_L} = |Y_L| e^{j\varphi_L}. \quad (84)$$

Admitancja ta jest teraz funkcją amplitudy chwilowej $\xi(t)^3$, oraz częstotliwości chwilowej $z(t)=x(t)+jy(t)$. Mamy więc

$$Y_L = Y[\xi(t), x(t), y(t)]. \quad (85)$$

Częstotliwość układu jest teraz funkcją amplitudy, a ponieważ amplituda jest zmienna w czasie, więc również częstotliwość jest zmienna w czasie.

³ $\xi = \frac{U}{U_{\text{ust}}}$ jest amplitudą znormowaną w stosunku do amplitudy w stanie ustalonym, dla którego $\xi=1$.

Równanie admitancji przyjmuje teraz postać

$$Y_L[\xi, x, y] + Y_0[x, y] = 0. \quad (86)$$

Dzięki zastosowaniu metod quasi-liniowych do rozwiązania tego równania możemy zastosować teorię obwodów o zmiennej częstotliwości [1] [5], którą tu trzeba uogólnić dla częstotliwości zespolonej.

Jeśli częstotliwość chwilowa jest powolnie zmienna w czasie, czyli gdy spełnione są zależności

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} \ll 1 \quad (87)$$

oraz

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} \ll 1, \quad (88)$$

to można zastosować rozwiązanie tzw. quasi-stacjonarne, polegające na pominięciu efektów dynamicznych występujących w obwodach przy zmiennej częstotliwości. Sprowadza się to do przyjęcia, że stan przejściowy składa się z kolejnych elementarnych „stanów ustalonych“.

Równanie (86) rozpada się oczywiście na dwa równania: na równanie konduktancji

$$G_L[\xi, x, y] + G_0[x, y] = 0 \quad (89)$$

oraz równanie susceptancji

$$B_L[\xi, x, y] + B_0[x, y] = 0. \quad (90)$$

Z równania konduktancji możemy wyznaczyć zależność inkrementu x od amplitudy, przyjmując $y=1$ (w układach quasi-liniowych przebieg częstotliwości w czasie wpływa bardzo mało na przebieg amplitudy w czasie). Otrzymujemy zależność

$$x = F[\xi]. \quad (91)$$

Ponieważ amplituda chwilowa wyraża się wzorem (patrz wzór 1)

$$\xi(t) = \xi_0 \exp \int_0^t x(t) dt, \quad (92)$$

gdzie ξ_0 jest amplitudą początkową, więc równanie (91) przyjmuje postać

$$x(t) = F \left[\xi_0 \exp \int_0^t x(t) dt \right]. \quad (93)$$

Jest to równanie całkowe wyznaczające zależność inkrementu od czasu. Możliwość rozwiązania analitycznego tego równania zależy od kształtu funkcji $F(\xi)$. Jeśli funkcja ta dana jest w postaci wykresu, to pozostaje rozwiązanie metodą kolejnych przybliżeń. Znajac zależność inkrementu od czasu możemy na podstawie wzoru (92) wyznaczyć przebieg w czasie amplitudy chwilowej.

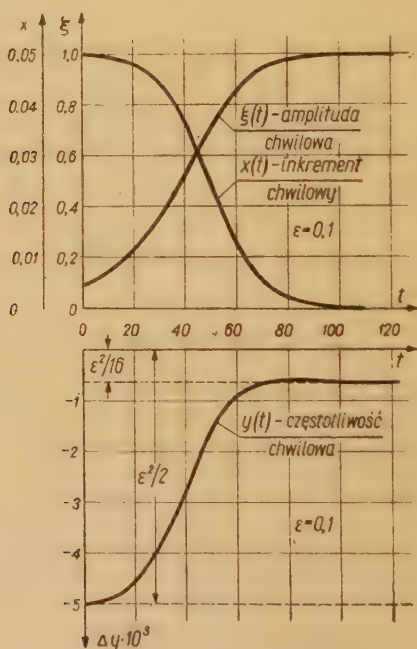
Przebieg w czasie częstotliwości chwilowej otrzymujemy z równania susceptancji (90), podstawiając na ξ oraz x zależności otrzymane z rozwiązania równania (92) i (93) i rozwiązując równanie względem y .

W dodatku A rozwiązano dla przykładu metodą quasi-stacjonarną układ generacyjny opisany równaniem Van der Pola

$$\ddot{u} + \varepsilon(1 - u^2)\dot{u} + u = 0. \quad (94)$$

Można wykazać [7], że dla dostatecznie małych wartości ε ($\varepsilon < 0,2$) admittancja oporu ujemnego o charakterystyce sześcienniej wyraża się zależnościami

$$Y_{Lz} \approx -\varepsilon(1 - \xi^2) + j \frac{\varepsilon^2}{8} \xi^2. \quad (95)$$



Rys. 11. Zależność amplitudy chwilowej, inkrementu chwilowego oraz częstotliwości chwilowej od czasu w okresie narastania drgań, dla generatora opisanego równaniem Van der Pola. Parametr równania $\varepsilon = 0,1$.

Rozwiązując równanie konduktancji otrzymujemy zależność inkrementu od czasu

$$x(t) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{e^{-\varepsilon(t+t_0)}}{1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}}, \quad (96)$$

gdzie t_0 określa nam inkrement początkowy.

Podstawiając tę zależność do (92) otrzymujemy przebieg w czasie amplitudy chwilowej w postaci

$$\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-\epsilon(t+t_0)}}} \quad (97)$$

Wyrażenie to jest identyczne z uzyskanym przez Van der Pola metodą wolno-zmiennej amplitudy [11].

Rozwiązując równanie susceptancji otrzymujemy zależność częstotliwości chwilowej od czasu wyrażającą się wzorem

$$y(t) = 1 - \frac{\epsilon^2}{16} \frac{1}{1 + e^{-\epsilon(t+t_0)}} - \frac{\epsilon^2}{2} \frac{e^{-2\epsilon(t+t_0)}}{[1 + e^{-\epsilon(t+t_0)}]^2} \quad (98)$$

Zależności (96), (97) oraz (98) wykreślone są na rys. 11, dla $\epsilon = 0,1$ oraz $\xi_0 = 0,01$.

Dla małych amplitud częstotliwość jest równa $y = 1 - \frac{\epsilon^2}{2}$, zaś dla stanu ustalonego $y = 1 - \frac{\epsilon^2}{16}$. Wartość $\frac{\epsilon^2}{2}$ jest znaną poprawką, wynikającą z teorii narastania drgań w obwodzie rezonansowym liniowym. Natomiast $\frac{\epsilon^2}{16}$ jest poprawką wynikającą z uwzględnienia wpływów nieliniowych na częstotliwość generatora.

10. CZAS NARASTANIA DRGAŃ

W praktyce zdarza się, że należy określić czas narastania drgań generatora od amplitudy początkowej I_0 do amplitudy końcowej I_1 . Ponieważ drgania osiągają amplitudę końcową w sposób asymptotyczny, więc czas narastania należy odnieść do amplitudy nieco mniejszej od amplitudy końcowej. Przyjmujemy, że czas narastania odniesiony jest do amplitudy

$$I_n = I_1(1 - \delta), \quad (99)$$

gdzie $\delta \ll 1$ (na przykład $\delta = 0,05$, czyli czas narastania odnosimy do amplitudy równej 95% amplitudy stanu ustalonego).

Dla dokładnego określenia czasu narastania potrzebna jest zależność inkrementu narastania drgań od czasu. Amplituda chwilowa określona jest równaniem

$$I(t) = I_0 \exp \int_0^t a(t) dt. \quad (100)$$

W chwili t_n mamy

$$I_n = I_0 \exp \int_0^{t_n} a(t) dt, \quad (101)$$

stąd

$$\int_0^{t_n} a(t) dt = \ln \frac{I_n}{I_0}. \quad (102)$$

W praktyce często nie znamy zależności analitycznej, a nawet wykreślnej określającej $a(t)$. Pozostaje wówczas możliwość zastosowania aproksymacji.

Najprościej jest przyjąć, że $a = \text{const}$, czyli zamiast asymptotycznego podejścia do stanu ustalonego zakładamy, że amplituda chwilowa narasta wykładniczo aż do osiągnięcia amplitudy końcowej I_1 (linia kreskowana na rys. 1a). W tym przypadku wzór na czas narastania wyznaczony ze wzoru (102) przyjmuje postać

$$t_n = \frac{1}{a} \ln \frac{I_1}{I_0}, \quad (103)$$

gdzie

I_1 — amplituda w stanie ustalonym,

I_0 — amplituda początkowa,

a — inkrement narastania drgań.

Oczywiście wyliczona w ten sposób wartość czasu narastania jest nieco mniejsza od rzeczywistej. Należy jednak wziąć pod uwagę, że praktycznie obliczenie zawsze ma charakter przybliżony ze względu na trudność określenia wartości amplitudy początkowej.

Chcąc wprowadzić aproksymację uwzględniającą nieliniowość można wprowadzić zależność inkrementu od czasu określoną wzorem (96). Odpowiada to charakterystyce oporu ujemnego określonej równaniem sześciennym (patrz Dodatek A). Można wykazać, że w tym przypadku czas narastania wyraża się wzorem

$$t_n = \frac{1}{2a} \left[\ln \left| \frac{\xi_n^2}{1 - \xi_n^2} \right| + \ln \frac{1 - \xi_0^2}{\xi_0^2} \right], \quad (104)$$

gdzie

$$\xi_n = \frac{I_n}{I_1} = 1 - \delta \quad (105)$$

jest znormowaną amplitudą końcową (patrz wzór 99),
zaś

$$\xi_0 = \frac{I_0}{I_1} \quad (106)$$

znormowaną amplitudą początkową. Jeśli $\xi_0^2 \ll 1$ oraz $\delta \ll 1$, to wzór (104) przyjmuje postać przybliżoną

$$t_n \approx \frac{1}{a} \ln \frac{I_1}{\sqrt{2\delta} I_0}. \quad (107)$$

Jak widać różnica w stosunku do wzoru (103) polega na tym, że amplituda początkowa wchodzi pomnożona przez $\sqrt{2\delta}$.

Przykład liczbowy

Zakładamy $\frac{I_1}{I_0} = 1/\xi_0 = 10^4$.

Iloczyn $a \cdot t_n$ wyliczony ze wzoru (103) jest więc

$$at_n = \ln 10^4 = 9,2.$$

Przyjmując $\delta = 0,05$ (obliczamy czas narastania aż do osiągnięcia 95% amplitudy końcowej) mamy $\xi_n = 0,95$, czyli ze wzoru (104)

$$at_n = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{0,95}{1 - 0,95^2} + \ln \frac{1 - 10^8}{10^8} \right] = 10,3.$$

Procentowa różnica wartości otrzymanych ze wzoru (103) oraz (104) jest więc

$$\frac{10,3 - 9,2}{10,3} 100\% \approx 10,5\%.$$

Posługując się wzorem przybliżonym (107) otrzymujemy

$$at_n \approx \ln \frac{10^4}{\sqrt{0,1}} = 10,4.$$

11. UWAGI KOŃCOWE

Pojęcie częstotliwości zespolonej jest znane od dawna. Wprowadził je Steinmetz. Również rachunek symboliczny z częstotliwością zespoloną jest znany od wielu lat. Zasady tego rachunku podał Hund [8]. Ostatnio wykazano, że uogólniony rachunek symboliczny jest przypadkiem szczególnym metody operatorowej stosującej tzw. sygnały zespolone (analityczne).

Przy wyznaczaniu przebiegów przejściowych w generatorach uogólniony rachunek symboliczny był stosowany przez wielu autorów. Wśród dostępnych autorowi źródeł najwcześniejsza jest praca Kauttera [9].

Metoda równowagi admitancji określania parametrów drgań w generatorach jest również znana od dawna, ale stosunkowo mało rozpowszechniona. Omówienie metody w zastosowaniu do analizy układów (quasi-) liniowych wraz z bibliografią można znaleźć w pracy Reicha [12]. Autor zastosował powyższą metodę do analizy nieliniowych układów generacyjnych w stanie ustalonym [7]. Zachodzi tu analogia do tzw. metody funkcji opisującej stosowanej w nieliniowej teorii układów automatycznej regulacji. Admitancja elementu nieliniowego, wyrażająca się stosunkiem pierwszej harmonicznej prądu do pierwszej harmonicznej napięcia jest „funkcją opisującą“ dwójnika.

W ostatnich czasach pewne metody analogiczne do podanych w niniejszej pracy opublikował Loeb i Cahen [2] [10], głównie pod kątem widzenia stabilności stanu ustalonego w serwomechanizmach. Nie jest natomiast autorowi znana praca podająca warunki stabilności w stanie nieustalonym.

Metoda równowagi admitancji pozwala przy zastosowaniu metod quasi-liniowej i quasi-stacjonarnej wyznaczyć na drodze analitycznej przebieg w czasie amplitudy chwilowej jak i częstotliwości chwilowej, jak to pokazano na przykładzie rozwiązania tego zagadnienia dla generatora opisanego równaniem Van der Pola. Nie jest tu konieczne stosowanie metody wyznaczenia przebiegu punkt po punkcie, jak to opisał Loeb [10].

Z punktu widzenia praktycznego, znajomość praw narastania drgań w generatorze ma znaczenie przy projektowaniu układów generacyjnych pracujących impulsowo oraz generatorów modulowanych. Można również postawić zagadnienie odwrotne: wyznaczenie niektórych parametrów dynamicznych układu generacyjnego na podstawie obserwacji przebiegu narastania drgań.

Autorowi nie jest znana praca, która by opisywała zjawiska fazowe w układach sprzężenia zwrotnego w okresie narastania drgań. Tymczasem przy szybkim narastaniu zjawiska te w poważnym stopniu oddziałują na przebieg narastania drgań. Dotyczy to zarówno układów o stałych skupionych, jak również układów o stałych rozłożonych (te ostatnie nie były tu rozważane).

Metoda równowagi admitancji może znaleźć zastosowanie nie tylko w układach generacyjnych, lecz również w układach odłumianych, jak np. odbiorniki superreakcyjne i odłumiki.

Dodatek A

PRZYKŁAD METODY QUASI-STACJONARNEJ WYZNACZENIA PRZEBIEGU NARASTANIA DRGAŃ W GENERATORZE

Rozpatrzmy układ generacyjny uwidoczniony na rys. 3.

Przewodność ujemna \mathfrak{D} pobudza do drgań obwód równoległy GLC. Jeśli charakterystyka przewodności ujemnej wyraża się równaniem

$$i = -S_1 u + S_3 u^3, \quad (\text{A-1})$$

to właściwości układu generacyjnego opisuje równanie Van der Pola o postaci

$$\ddot{u} + \varepsilon(1 - u^2)\dot{u} + u = 0, \quad (\text{A-2})$$

gdzie parametr

$$\varepsilon = \omega_0 L (S_1 - G). \quad (\text{A-3})$$

Jak wiadomo, Van der Pol zastosował do znalezienia przebiegu narastania drgań w generatorze [11] tzw. metodę wolno-zmiennej amplitudy. Sens fizyczny tej metody jest taki sam, jak metody stanów quasi-ustalonych.

Można wykazać, że dla $\varepsilon < 1$ konduktancja oporu ujemnego wyraża się zależnością [7]

$$\mathfrak{D}_{L_2} \approx \varepsilon \left[\xi^2 \left(1 - \frac{3\varepsilon^2}{64} \right) - 1 \right] \quad (\text{A-4})$$

lub w dalszym przybliżeniu

$$\mathfrak{D}_{L_2} \approx \varepsilon (\xi^2 - 1), \quad (\text{A-5})$$

gdzie ξ jest amplitudą drgań znormowaną w stosunku do amplitudy stanu ustalonego ($x=0$).

Konduktancja obwodu drgań jest

$$G_{02} = x + \frac{x}{x^2 + y^2} \approx 2x. \quad (\text{A-6})$$

Przyrównując zależności (A-5) oraz (A-6) otrzymujemy równanie

$$x = \frac{\varepsilon}{2} (1 - \xi^2). \quad (\text{A-7})$$

Równanie to uwzględnia zależność inkrementu od wartości amplitudy zredukowanej. Dla ξ bliskiego zera drgania narastają z inkrementem $x = \varepsilon/2$. W miarę wzrostu amplitudy x dąży do zera, gdy ξ dąży do jedności. Celem znalezienia zależności inkrementu od czasu, podstawiamy (A-7) do (93) i otrzymujemy równanie całkowite

$$x(t) = \frac{\varepsilon}{2} \left[1 - \xi_0^2 \exp 2 \int_0^t x(t) dt \right]. \quad (\text{A-8})$$

Logarytmując otrzymujemy

$$\ln \left[\frac{\varepsilon}{2} - x(t) \right] = \ln \xi_0^2 + 2 \int_0^t x(t) dt. \quad (\text{A-9})$$

Różniczkując obie strony otrzymujemy nieliniowe równanie różniczkowe o postaci

$$x(t) - 2x^2(t) + \varepsilon x(t) = 0. \quad (\text{A-10})$$

Równanie to można scałkować przez rozdzielenie zmiennych

$$\int \frac{dx}{2x^2 - \varepsilon x} = \int dt. \quad (\text{A-11})$$

Po wykonaniu działań i wprowadzeniu stałych całkowania otrzymujemy przebieg inkrementu w czasie

$$x(t) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{e^{-\varepsilon(t+t_0)}}{1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}}, \quad (\text{A-12})$$

gdzie t_0 jest wartością stałą określającą inkrement początkowy.

Zależność od czasu amplitudy chwilowej możemy wyznaczyć, podstawiając do (92) zależność (A-7). W rezultacie podstawienia otrzymujemy

$$\xi(t) = \xi_0 \exp \int_0^t \frac{\varepsilon}{2} [1 - \xi^2(t)] dt. \quad (\text{A-13})$$

Postępując, jak poprzednio (logarytmując i różniczkując) otrzymujemy równanie różniczkowe

$$\dot{\xi} + \frac{\varepsilon}{2} (\xi^3 - \xi) = 0. \quad (\text{A-14})$$

Rozwiązanie otrzymujemy przez scałkowanie po rozdzieleniu zmiennych, co daje

$$\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}}}, \quad (\text{A-15})$$

gdzie stała t_0 określa amplitudę początkową.

Zależność ta jest identyczna z rezultatem otrzymanym przez Van der Pola metodą wolno zmiennej amplitudy.

Zgodnie z zależnością (95), susceptancja oporu ujemnego wyraża się wzorem

$$B_{Ls} = \frac{\varepsilon^2 \xi^2}{8} = B(t), \quad (\text{A-16})$$

gdyż amplituda chwilowa ξ jest zmienna w czasie według zależności (A-15). Mamy więc

$$B(t) = \frac{\varepsilon^2}{8} \frac{1}{1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}}. \quad (\text{A-17})$$

Susceptancja obwodu drgań jest (patrz wzór 42)

$$B_{0s} = y - \frac{y}{x^2 + y^2}. \quad (\text{A-18})$$

Przyrównując (A-17) oraz (A-18) otrzymujemy równanie quasi-stacjonarne wyznaczające częstotliwość chwilową

$$B(t) + y - \frac{y}{x^2 + y^2} = 0, \quad (\text{A-19})$$

czyli

$$y^3 + B(t)y^2 - (1 - x^2)y + B(t)x^2 = 0. \quad (\text{A-20})$$

Ponieważ wyraz $B(t)x^2$ jest bardzo mały w stosunku do pozostałych, więc można go pominąć i otrzymujemy równanie

$$y^3 + B(t)y - (1 - x^2) \approx 0. \quad (\text{A-21})$$

Stąd częstotliwość wyraża się wzorem

$$y_{1,2} \approx \frac{-B(t) \pm \sqrt{B^2(t) - 4(1 - x^2)}}{2}, \quad (\text{A-22})$$

a zastępując pierwiastek zależnością przybliżoną, otrzymujemy

$$y(t) \cong 1 - \frac{B(t)}{2} - 2x^2. \quad (\text{A-23})$$

Podstawiając zależności (A-12) oraz (A-15) otrzymujemy następujący wzór

$$y(t) = 1 - \frac{\varepsilon^2}{16} \frac{1}{1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}} - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{e^{-2\varepsilon(t+t_0)}}{[1 + e^{-\varepsilon(t+t_0)}]^2}. \quad (\text{A-24})$$

Dla małych amplitud częstotliwość chwilowa jest równa $y = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2}$, jak to wynika z teorii narastania drgań w obwodzie liniowym. W miarę wzrostu amplitudy odchylenie częstotliwości maleje i w stanie ustalonym częstotliwość jest równa $y = 1 - \frac{\varepsilon^2}{16}$, jak to wynika z teorii nieliniowej.

Dodatek B

WARUNEK STABILNOŚCI W OKRESIE NARASTANIA DRGAŃ

Zakładamy, że równanie admitancji (3)

$$Y = Y_L + Y_0 = G + jB = 0 \quad (\text{B-1})$$

spełnione jest dla częstotliwości

$$z_1 = x_1 + jy_1. \quad (\text{B-2})$$

Mamy więc drgania narastające o inkrementie x_1 oraz częstotliwości kołowej y_1 . Naszym zadaniem jest określić, czy wartość z_1 jest stabilna, to znaczy, że jeśli na skutek zaburzenia częstotliwość chwilowa przyjmie wartość

$$z_2 = z_1 + \mu(t), \quad (\text{B-3})$$

to układ wraca do równowagi, to znaczy $\mu(t) \rightarrow 0$, gdy $t \rightarrow \infty$. Zmienny w czasie przyrost częstotliwości jest

$$\mu(t) = \mu_x(t) + j\mu_y(t), \quad (\text{B-4})$$

gdzie μ_x jest przyrostem inkrementu, zaś μ_y przyrostem częstotliwości kołowej.

Warunek stabilności wyprowadzimy w oparciu o hipotezę, że niewielkie zaburzenia μ_x oraz μ_y dążą monotonicznie i asymptotycznie do zera. Z hipotezy tej wynika, że przyrosty μ_x i μ_y oraz ich pochodne powinny być przeciwnego znaku, czyli powinny być spełnione zależności

$$\mu_x \dot{\mu}_x < 0 \quad (\text{B-5})$$

oraz

$$\mu_y \dot{\mu}_y < 0. \quad (\text{B-6})$$

(Wykluczamy zatem ewentualne przypadki oscylacyjnego powrotu do stanu równowagi).

W równaniu admitancji należy teraz uwzględnić fakt, że częstotliwość jest zmienna w czasie. Admitancja obwodu dla zmiennej częstotliwości wyraża się wzorem [1]

$$Y = Y(z_1) + \mu Y'(z_1) + \frac{1}{2} (\dot{\mu} + \mu^2) Y''(z_1) + \dots, \quad (\text{B-7})$$

gdzie

$Y(z_1)$ — admitancja dla częstotliwości z_1 ,

$Y'(z_1), Y''(z_1), \dots$ — pochodne admitancji względem częstotliwości w punkcie z_1 ,

$\dot{\mu}, \ddot{\mu}, \dots$ — pochodne przyrostu częstotliwości względem czasu.

Ponieważ $\mu_x \ll x_1$ oraz $\mu_y \ll y_1$, więc w rozwinięciu (B-7) ograniczamy się do trzech napisanych wyżej członów. Po przekształceniu otrzymujemy

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} = -2 \frac{Y'(z_1) + \frac{\mu}{2} Y''(z_1)}{Y''(z_1)}. \quad (\text{B-8})$$

Granica powyższego wyrażenia, gdy $\mu \rightarrow 0$ jest

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{\dot{\mu}}{\mu} = -2 \frac{Y'(z_1)}{Y''(z_1)}. \quad (\text{B—9})$$

Stosunek $\dot{\mu}/\mu$ możemy zapisać w następujący sposób

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} = \frac{\dot{\mu}_x + j\dot{\mu}_y}{\mu_x + j\mu_y} = \frac{\mu_x \dot{\mu}_x + \mu_y \dot{\mu}_y + j(\mu_x \dot{\mu}_y - \mu_y \dot{\mu}_x)}{\mu_x^2 + \mu_y^2}, \quad (\text{B—10})$$

zaś stosunek

$$-2 \frac{Y'(z_1)}{Y''(z_1)} = -2 \frac{B'_y - jG'_y}{G''_y + jB''_y} = 2 \frac{B'_y G''_y - G'_y B''_y - j(G'_y G''_y + B'_y B''_y)}{G''_y{}^2 + B''_y{}^2}. \quad (\text{B—11})$$

Przyrównując części rzeczywiste wzorów (B—10) oraz (B—11) otrzymujemy

$$\frac{\mu_x \dot{\mu}_x + \mu_y \dot{\mu}_y}{\mu_x^2 + \mu_y^2} = 2 \frac{B'_y G''_y - G'_y B''_y}{G''_y{}^2 + B''_y{}^2}. \quad (\text{B—12})$$

Ponieważ zgodnie z założeniem (B—5) oraz (B—6) lewa strona tej zależności musi być mniejsza od zera, więc również prawa strona musi być wówczas mniejsza od zera, czyli

$$B'_y G''_y - G'_y B''_y < 0. \quad (\text{B—13})$$

Jest to warunek konieczny, by rozwiązanie było stabilne. Przeprowadzone rozumowanie nie mówi jednakże, czy warunek ten jest dostateczny. Zgodnie z warunkami Cauchy-Riemanna równanie (B—13) jest spełnione, gdy

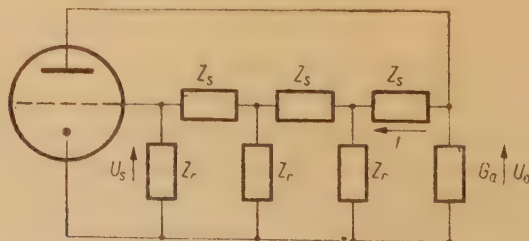
$$G'_x G''_x + B'_x B''_x > 0.$$

Dodatek C

1. WYPROWADZENIE RÓWNANIA ADMITANCJI DLA GENERATORA RC

Wyprowadzimy wzory na admitancję lampy i obwodu zewnętrznego dla trójczłonowego generatora RC. Układ takiego generatora uwidoczniiony jest na rys. C—1. Przyjmujemy, że wszystkie trzy impedancje szeregowie w dzielniku napięcia są jednakowe i równe Z_s i to samo dla impedancji równoległych Z_r .

Dla układu z rys. C—1 obowiązują zależności [15]



Rys. C-1. Schemat ideowy generatora z trójczłonowym przesuwnikiem fazowym w gałęzi sprzężenia zwrotnego

$$U_s = U_s \left[\left(\frac{Z_s}{Z_r} \right)^3 + 5 \left(\frac{Z_s}{Z_r} \right)^2 + 6 \left(\frac{Z_s}{Z_r} \right) + 1 \right] \quad (\text{C-1})$$

oraz

$$I = U_s \left[\frac{Z_s^2}{Z_r^3} + 4 \frac{Z_s}{Z_r^2} + 3 \frac{1}{Z_r} \right] \quad (\text{C-2})$$

Ze wzoru (C-1) wynika, że współczynnik sprzężenia zwrotnego wyraża się wzorem

$$m = \frac{U_s}{U_a} = \frac{1}{n^3 + 5n^2 + 6n + 1}, \quad (\text{C-3})$$

gdzie

$$n = \frac{Z_s}{Z_r} \quad (\text{C-4})$$

jest stosunkiem impedancji szeregowej do równoległej. Podstawiając zależność (C-3) do wzoru (9) otrzymujemy wyrażenie na admitancję lampy o postaci

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + \frac{S}{n^3 + 5n^2 + 6n + 1} \quad (\text{C-5})$$

Admitancja układu obciążenia lampy jest

$$Y_0 = G_a + \frac{I}{U_a}, \quad (\text{C-6})$$

czyli zgodnie ze wzorem (C-1) oraz (C-2)

$$Y_0 = G_a + \frac{1}{Z_r} \frac{n^2 + 4n + 3}{n^3 + 5n^2 + 6n + 1} \quad (\text{C-7})$$

1.1. Generator z szeregowymi opornikami

Rozpatrzmy generator o przesuwniku fazy złożonym z szeregowych oporników i równoległych kondensatorów (tablica 1, poz. 6).

Oznaczmy przez ω_0 częstotliwość, przy której przesuwnik fazowy odwraca fazę o 180° . Częstotliwość ta wyraża się wzorem

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{\tau}, \quad (\text{C-8})$$

gdzie $\tau = RC$.

Impedancja szeregową $Z_s = R$, zaś impedancja równoległa $Z_r = 1/pC$. Stąd stosunek obu impedancji

$$n = \frac{Z_s}{Z_r} = p\tau \quad (\text{C-9})$$

Dzieląc i mnożąc tę zależność przez ω_0 otrzymujemy

$$n = \frac{p}{\omega_0} \omega_0 \tau = \sqrt{6} \frac{p}{\omega_0}, \quad (\text{C-10})$$

czyli

$$n = \sqrt{6} z = z_1, \quad (\text{C-11})$$

gdzie z jest częstotliwością zespoloną znormowaną w stosunku do ω_0 . Ponadto łatwo

wykazać, że

$$\frac{1}{Z_r} = \frac{z_1}{R}. \quad (\text{C-12})$$

Zgodnie z zależnością (C-11) admitancja lampy wyraża się wzorem

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + \frac{S}{z_1^3 + 5z_1^2 + 6z_1 + 1}. \quad (\text{C-13})$$

Podstawiając (C-11) oraz (C-12) do (C-7) otrzymujemy wzór na admitancję obwodu obciążenia

$$Y_0 = G_a + \frac{1}{R} \frac{z_1^3 + 4z_1^2 + 3z_1}{z_1^3 + 5z_1^2 + 6z_1 + 1}. \quad (\text{C-14})$$

Normując wzór (C-13) względem S otrzymujemy

$$Y_{Ls} = \frac{Y_L}{S} = \frac{1}{K} + \frac{1}{z_1^3 + 5z_1^2 + 6z_1 + 1}. \quad (\text{C-15})$$

Normując wzór (C-14) względem $\frac{1}{R}$ otrzymujemy

$$Y_{0s} = Y_0 \cdot R = G_a R + \frac{z_1^3 + 4z_1^2 + 3z_1}{z_1^3 + 5z_1^2 + 6z_1 + 1}. \quad (\text{C-16})$$

Rozwiązanie równania admitancji dla generatora z szeregowymi opornikami zamieszczone jest w niniejszym dodatku, rozdz. 2.

1.2. Generator z szeregowymi kondensatorami

Rozpatrzmy generator o przesuwniku fazy złożonym z szeregowych kondensatorów i równoległych oporników (tablica 1, poz. 7).

W tym układzie częstotliwość, przy której przesuwnik fazowy odwraca fazę o 180° jest

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}\tau}. \quad (\text{C-17})$$

gdzie $\tau = RC$. Stosunek impedancji szeregowej do równoległej

$$n = \frac{Z_s}{Z_r} = \frac{1}{pRC} = \frac{1}{p\tau}. \quad (\text{C-18})$$

Dzieląc i mnożąc tę zależność przez ω_0 otrzymujemy

$$n = \frac{1}{\frac{p}{\omega_0} \omega_0 \tau} = \frac{\sqrt{6}}{z} = \frac{1}{z_1}, \quad (\text{C-19})$$

czyli

$$z_1 = \frac{z}{\sqrt{6}}. \quad (\text{C-20})$$

Podstawiając zależność (C—19) do (C—5) otrzymujemy wzór na admitancję lampy

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + \frac{S}{\frac{1}{z_1^3} + 5 \frac{1}{z_1^2} + 6 \frac{1}{z_1} + 1} \quad (\text{C—21})$$

Mnożąc licznik i mianownik przez z_1 oraz normując względem S otrzymujemy

$$Y_{Lz} = \frac{Y_L}{S} = \frac{1}{K} + \frac{z_1^3}{z_1^3 + 6z_1^2 + 5z_1 + 1} \quad (\text{C—22})$$

Podstawiając zależność (C—19) do (C—7) otrzymujemy wzór na admitancję obciążenia lampy

$$Y_0 = G_a + \frac{1}{R} \frac{\frac{1}{z_1^3} + 4 \frac{1}{z_1^2} + 3}{\frac{1}{z_1^3} + 5 \frac{1}{z_1^2} + 6 \frac{1}{z_1} + 1} \quad (\text{C—23})$$

Mnożąc licznik i mianownik przez z_1 oraz normując względem $1/R$ otrzymujemy

$$Y_{0z} = G_a R + \frac{3z_1^3 + 4z_1^2 + z_1}{z_1^3 + 6z_1^2 + 5z_1 + 1} \quad (\text{C—24})$$

Rozwiązanie równania admitancji dla generatora z szeregowymi kondensatorami zamieszczone jest w rozdz. 2 dodatku.

2. ROZWIĄZANIE RÓWNIANIA ADMITANCJI DLA TRÓJCZŁONOWEGO GENERATORA RC

2.1. Generator o szeregowych kondensatorach

Podstawiając do równania (3) zależności (C—21) oraz (C—23) otrzymujemy następujące równanie

$$\frac{S z_1^3}{z_1^3 + 6z_1^2 + 5z_1 + 1} + G_{a1} + \frac{1}{R} \frac{3z_1^2 + 4z_1 + z_1}{z_1^3 + 6z_1^2 + 5z_1 + 1} = 0, \quad (\text{C—25})$$

gdzie

$$G_{a1} = G_a + \frac{1}{\varrho} \quad (\text{C—26})$$

Sprowadzając wszystkie wyrazy do wspólnego mianownika i porządkując otrzymujemy równanie trzeciego stopnia

$$A_3 z_1^3 + A_2 z_1^2 + A_1 z_1 + A_0 = 0, \quad (\text{C—27})$$

gdzie

$$A_3 = SR + G_{a1} R + 3, \quad (\text{C—28})$$

$$A_2 = 6G_{a1} R + 4, \quad (\text{C—29})$$

$$A_1 = 5G_{a1} R + 1, \quad (\text{C—30})$$

$$A_0 = G_{a1} R. \quad (\text{C—31})$$

Rozwiązanie ogólne tego równania podane jest w dodatku A.

Jeśli $x_1=0$ (stan ustalony quasi-liniowy), to częstotliwość wyraża się, zgodnie ze wzorem (A—12),

$$y_1^2 = \frac{A_0}{A_2} = \frac{G_{a1}R}{6G_{a1}R+4} = \frac{1}{6+4\frac{1}{G_{a1}R}} \quad (\text{C—32})$$

Ze wzoru tego wynika, że w ujęciu quasi-liniowym poprawka na częstotliwość drgań w odniesieniu do częstotliwości ω_0 jest

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{2} \frac{1}{\left(G_a + \frac{1}{\varrho}\right) R}} \quad (\text{C—33})$$

Jeśli pominąć wpływ oporności wewnętrznej lampy, to wzór ten przyjmuje postać

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{2} \frac{R_a}{R}} \quad (\text{C—34})$$

Ponadto częstotliwość drgań może być wyznaczona ze wzoru (60), co daje

$$y_1^2 = \frac{A_1}{A_3} = \frac{5G_{a1}R+1}{SR+G_{a1}R+3} \quad (\text{C—35})$$

Przyrównując zależności (C—32) oraz (C—35) otrzymujemy równanie tzw. warunków granicznego Hurwitza dla równań trzeciego stopnia. Z równania tego wyznaczamy wartość nachylenia charakterystyki lampy w stanie granicznym

$$S_{gr} = 29G_{a1} + 23 \frac{1}{R} + 4 \frac{1}{R^2 G_{a1}} \quad (\text{C—36})$$

Inkrement narastania drgań wyznaczamy z równania (58).

$$x_1 \approx \frac{SRa - 29a^2 - 23a - 4}{82a^3 + (128 + 10SR)a + 38 + 2SR}, \quad (\text{C—37})$$

gdzie

$$a = G_{a1}R. \quad (\text{C—38})$$

Wartość niezredukowana inkrementu wyraża się wzorem

$$a = x_1 \frac{1}{RC} = \frac{a}{C} \frac{S - 29G_{a1} - 23 \frac{1}{R} - \frac{4}{aR}}{82a^3 + (128 + 10SR)a + 38 + 2SR}, \quad (\text{C—39})$$

co na podstawie wzoru (C—36) przyjmuje postać

$$a = \frac{a}{C} \frac{S - S_{gr}}{82a^3 + (128 + 10SR)a + 38 + 2SR} \quad (\text{C—40})$$

2.2. Generator o szeregowych opornikach

Postępując podobnie jak dla generatora o szeregowych opornikach otrzymujemy równanie trzeciego stopnia w formie (C—27), przy czym tym razem współczynniki są następujące

$$A_4 = G_{a1}R + 1, \quad (C-41)$$

$$A_2 = 5G_{a1}R + 4, \quad (C-42)$$

$$A_1 = 6G_{a1}R + 3, \quad (C-43)$$

$$A_0 = G_{a1}R + SR. \quad (C-44)$$

Częstotliwość drgań wyznaczona jest przez wzór (60). Przy $x=0$ otrzymujemy ze wzoru (60)

$$y_1^2 = \frac{A_0}{A_2} = \frac{G_{a1}R + SR}{5G_{a1} + 4}, \quad (C-45)$$

lub też

$$y_1^2 = \frac{A_1}{A_3} = \frac{6G_{a1}R + 3}{G_{a1}R + 1}. \quad (C-46)$$

Stąd poprawka na częstotliwość drgań w ujęciu teorii quasi-liniowej

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2} \frac{1}{(G_a + 1/q)R}}{1 + \frac{1}{(G_a + 1/q)R}}}. \quad (C-47)$$

Pomijając $1/q$ wobec G_a otrzymujemy

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2} \frac{1}{G_a R}}{1 + \frac{1}{R G_a}}}. \quad (C-48)$$

Na podstawie zależności (58) otrzymujemy wzór przybliżony na inkrement narastania drgań

$$x_1 \approx \frac{SR(1+a) - 29a^2 - 38a - 12}{56a^2 + 58a + 38}, \quad (C-49)$$

gdzie $a = G_{a1}R$.

Nachylenie graniczne, otrzymane z warunku Hurwitza (59) jest

$$S_{gr} = \frac{29a^2 + 38a + 12}{R(1+a)}. \quad (C-50)$$

Jeżeli $a \gg 1$, to

$$S_{gr} \approx 29G_{a1} + 38 \frac{1}{R} + 12 \frac{1}{G_{a1}R^2}. \quad (C-51)$$

Wzór na inkrement można przepisać w postaci

$$x_1 \approx R(1+a) \frac{S - S_{gr}}{56a^2 + 58a + 38}. \quad (C-52)$$

Stąd wartość niezredukowana inkrementu

$$a = x_1 \frac{1}{RC} = \frac{a+1}{C} \frac{S - S_{gr}}{56a^2 + 58a + 38}. \quad (C-53)$$

WYKAZ LITERATURY

1. Carson J. R., Thornton C. F.: *Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency modulation*. B.S.T.J. T. 16, nr 4, wrzes. 1954, s. 513—546.
2. Cahen G., Loeb J.: *Calcul de l'amortissement dans les oscillateurs filtres*. Ann. des Telecommunic. T. 8, nr 3, marzec 1953, s. 97—101.
3. Groszkowski J.: *Generacja i stabilizacja częstotliwości*. PIT, Warszawa 1951.
4. Groszkowski J.: *Generatory oporowo-pojemnościowe w ujęciu teorii nieliniowej*. Arch. Elektrotech. T. 3, zesz. 3, 1954, s. 387—414.
5. Gonorowski I. S.: *Radiosignaty i pierechodnyje jawlenia w radiocepiach*. Swiazizdat, Moskwa 1954, s. 322.
6. Gundlach P. W.: *Laufzeitröhren bei komplexen Frequenzen*. PTZt. nr 11, list. 1954, s. 598—607.
7. Hahn S.: *Zawartość harmoniczych, amplituda i częstotliwość cyklu granicznego Van der Pola. Metoda równowagi admitancji*. Arch. Elektr. T. 6, zesz. 3.
8. Hund A.: *Hochfrequenzmesstechnik*. Springer-Verlag Berlin, 1928, s. 526.
9. Kautter: *Aufschankelvorgang bei einer selbsterregten röhrenschaltung*. Telefunken Zeitung, T. XV, nr 66, 1934, s. 46.
10. Loeb J.: *Transitorres dans les servomecanismes non lineaires filtres*. Ann. Telecommunic. T. 7, nr 10, paźdz. 1952, s. 408—410.
11. Van der Pol: *The non-linear theory of electric oscillations*. PIRE, T. 22, nr 9, wrzes. 1934, s. 1051—86.
12. Reich H. J.: *The use of admittance diagrams in oscillator analysis*. PIRE, T. 41, nr 5, May 1953, s. 522—528.
13. Taeger W.: *Die Schwingungserzeugung beim Phasenschiebegerator*. Funk und Ton. T. 4, 1950, s. 525—530.
14. Teodorczyk K.: *Awtokolebatelnyje sistemy*. Moskwa, 1952, s. 270.
15. Vaughan W. C.: *Phase-shift oscillator*. Wireless Engineer. T. XXVI, nr 315, grudz. 1949, s. 391—399.

АНАЛИЗ УСТАНОВЛЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В ГЕНЕРАТОРАХ ПО МЕТОДУ КОМПЛЕКСНОЙ ЧАСТОТЫ

Резюме

Обобщенное символическое исчисление, состоящее в замещении частоты $j\omega$ комплексной частотой $p = \alpha + j\omega$ является удобным способом анализа процесса установления колебаний в генераторах. Типичные процессы установления колебаний представлены на рис. 1. В системах с нелинейностью не зависящей от времени ход огибающей аperiодический (рис. 1-а).

В случае автоматической регулировки амплитуды огибающая может быть колебательная (рис. 1б и рис. 1с).

Аналитическое выражение для процесса установления колебаний может быть представлено в следующем виде

$$i(t) = R_e \left\{ I_0 \exp \left[\int_0^t p(t) dt + j\varphi_0 \right] \right\} \quad (1)$$

где I_0 — начальная амплитуда и φ_0 — начальная фаза. Здесь введено понятие мгновенной комплексной частоты

$$p(t) = \alpha(t) + j\omega(t). \tag{2}$$

В настоящей работе указан способ аналитического определения составляющих мгновенной частоты, а именно мгновенного инкремента $\alpha(t)$ и мгновенной угловой частоты $\omega(t)$. Решен пример для генератора Фан дер Поля.

Анализ сведенный к линейному.

Символическое исчисление применяется в тех случаях, когда частота не зависит от времени. В генераторах комплексная частота может считаться постоянной только для достаточно малых амплитуд, для которых контуры цепи генератора являются линейными. Сведенный к линейному анализ состоит в замещении первоначальной огибающей — показательной огибающей (штрихованная кривая на рис. 1-а). Во многих случаях упрощение этого рода ведет к получению достаточно точных для технических целей результатов.

Сведенное к линейному символическое уравнение генератора мы пишем в следующей форме

$$mk = 1 \tag{3}$$

или

$$Y_L + Y_0 = 0 \tag{4}$$

Форма (3) соответствует рассмотрению генератора как последовательного соединения двух четырехполюсников, а форма (4) — как параллельного соединения двух двухполюсников. Коэффициенты передачи m и k , а также адмиттансы Y_L и Y_0 рассматриваются здесь в области p (вместо обычной, применяемой при синусоидальных токах области $j\omega$).

Уравнение адмиттанса (полной проводимости).

Уравнение генератора в форме (4) во многих случаях удобнее чем чаще применяемое уравнение (3). Удобно притом генераторную систему разделить на две параллельные ветви таким образом, что Y_L является адмиттансом электронной лампы, а Y_0 — адмиттансом нагрузки лампы.

Адмиттанс лампы выражается формулой

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + Sm \tag{6}$$

или в нормализованной форме

$$Y_{Lz} = \frac{1}{K} + m, \tag{7}$$

в которой приняты следующие обозначения

- ϱ — внутреннее сопротивление лампы,
- S — крутизна характеристики лампы,
- K — коэффициент усиления лампы,
- m — коэффициент напряжения обратной связи.

В таблице 1 приведены формулы адмиттанса лампы для нескольких классических генераторных систем. Для генератора Мейсснера (табл. 1 п. 1) мы имеем

$$m = \frac{-pM}{r + pL_1}, \tag{8}$$

Введем нормализованную комплексную частоту

$$z = \frac{p}{\omega_0} = x + jy \quad (9)$$

где $x = \frac{a}{\omega_0}$ — нормализованный инкремент, а $y = \frac{\omega}{\omega_0}$ — нормализованная угловая частота. При этих обозначениях

$$m = - \frac{M}{L_1} \frac{z}{z + \frac{1}{Q}} \quad (10)$$

где $Q = \frac{\omega_0 L_1}{r}$ добротность колебательного контура $L_1 C$. Таким же образом выведены остальные собранные в таблице 1 формулы. Формулы импеданса (полного сопротивления) контуров нагрузки лампы находятся в таблице 2.

Приведены также диаграммы адмиттанса ламп и контуров для нескольких генераторных систем (рис. 3—4, 6—8).

Влияние скорости установления колебаний на адмиттанс лампы.

Интересно исследование влияния значения инкремента на отрицательную активную проводимость (отрицательное сопротивление) лампы.

В генераторе Мейсснера значение отрицательной активной проводимости лампы почти не зависит от скорости установления колебаний, выраженной при помощи значения инкремента

$$x = \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dt} \quad (11)$$

где ξ — мгновенная амплитуда (нормализованная по отношению к амплитуде стационарного режима).

В самом деле в формуле (10) можно пренебречь в знаменателе $\frac{1}{Q}$, иными словами значение адмиттанса не зависит от z .

Напротив, в системах, содержащих в ветви обратной связи элементы RLC отрицательная активная проводимость уменьшается вместе с увеличением инкремента. Векторная диаграмма анодного и сеточного напряжений исполненная для систем Колпиттса и Гартли (рис. 6) изъясняет физическую причину этого явления. Для $x=0$ — сеточные и анодные напряжения повернуты в фазе на 180° . При увеличении инкремента угол сдвига фаз отклоняется от 180° . При некотором критическом значении инкремента угол сдвига фаз составляет 90° , т. е. отрицательная активная проводимость равна нулю. Это очевидно значит, что свойства цепи обратной связи ограничивают скорость установления колебаний. Она не может превзойти критического значения не смотря на значение крутизны характеристики лампы.

Нелинейный анализ. Амплитуда и мгновенная частота.

Если колебания устанавливаются в нелинейной системе, тогда инкремент и угловая частота в период установления колебаний — переменны во времени.

Если скорость установления колебаний достаточно мала, то является возможным ввести понятие квазистационарного адмиттанса $Y_{L,A}(t)$, который является

функцией мгновенной амплитуды $\xi(t)$ и мгновенной частоты $z(t)$.
Итак имеем

$$Y_{Ls}(t) = Y_{Ls} [\xi(t), z(t)] \quad (12)$$

и уравнение генератора (4) может быть написано в виде

$$Y_{Ls} [\xi(t), z(t)] + Y_0 [z(t)] = 0 \quad (13)$$

Из этого уравнения можно определить $\xi(t)$, а также $z(t)$. Мгновенный инкремент мы определяем из уравнения активной проводимости (действительная часть уравнения (13), которое принимает общий вид

$$x(t) = F [\xi(t)] \quad (14)$$

при упрощающем предположении $y(t) = 1$.

При выражении мгновенной амплитуды в зависимости от мгновенного инкремента, уравнение (14) принимает вид интегрального уравнения

$$x(t) = F [\xi_0 \exp \int_0^t x(t) dt] \quad (15)$$

из которого можно определить мгновенный инкремент. Функция находится в зависимости от нелинейной формы характеристики лампы.

Для генератора, которого переходный процесс следует из решения уравнения Фан дер Поля.

$$\ddot{\xi} + \varepsilon (1 - \xi^2) \dot{\xi} + \xi = 0 \quad (16)$$

найдено [8], что электронный адмитанс отрицательного сопротивления¹ выражается формулой

$$Y_{Ls} \approx \varepsilon (\xi^2 - 1) + j \frac{\varepsilon^2 \xi^2}{8} \quad (17)$$

Принимая активную проводимость контура $G_0 \approx 2\varepsilon$ и на основании уравнения (17), мы из уравнения активной проводимости определяем мгновенный инкремент

$$x(t) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{\exp [-\varepsilon (t + t_0)]}{1 + \exp [-\varepsilon (t + t_0)]} \quad (18)$$

что соответствует мгновенной амплитуде

$$\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \exp [-\varepsilon (t + t_0)]}} \quad (19)$$

т. е. получается результат, согласный с полученным Фан дер Полем по методу медленно изменяющейся амплитуды.

Из уравнения реактивной проводимости, принимая эту проводимость для контура $B_0 = y - \frac{y}{x^2 + y^2}$ можно определить мгновенную угловую частоту, выражаемую зависимостью

$$y(t) = 1 - \frac{\varepsilon^2}{16} \frac{1}{1 + \exp [-\varepsilon (t + t_0)]} - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{\exp [-2\varepsilon (t + t_0)]}{\{1 + \exp [-\varepsilon (t + t_0)]\}^2} \quad (20)$$

¹ Отрицательное сопротивление с характеристикой $i = -S_1 u + S_3 u^3$ возбуждает колебания в контуре LC без потерь. Возможные потери учитывает исправленное значение S_1 .

Временные процессы амплитуды, инкремента и угловой частоты представлены на рис. 10.

Определение времени установления колебаний

Время установления колебаний можно вычислить с достаточной для практических целей точностью при помощи линейного метода, т.е. предполагая, что колебания устанавливаются показательно по отношению к конечной амплитуде 1 (штрихованная линия на рис. 1а).

Время установления колебаний t_n мы определяем по формуле

$$t_n = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{I_n}{I_0} \quad (21)$$

где I_0 — начальная амплитуда.

Инкремент α определяется по линейному уравнению генератора (3) или (4). Если генератор описывается уравнением третьей степени, которое имеет вид

$$A_3 z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0 = 0 \quad (22)$$

то для медленного изменения амплитуды колебаний инкремент можно определить по приближенной формуле

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2A_1 A_2 + A_2^2} \approx \frac{A_0 A_2 - A_2 A_1}{2A_1 A_2 + A_2^2} \quad (23)$$

В таблице 3 приведены формулы инкремента для нескольких классических генераторных систем, выведенные на основании формулы (23).

Если мы желаем учесть нелинейность, то следует определить формулу огибающей по квазистационарному методу. Для генератора Фан дер Поля мы определяем время установления колебаний по формуле

$$t_n = \frac{1}{2\alpha} \left[\ln \frac{\xi_n^2}{1 - \xi_n^2} + \ln \frac{1 - \xi_0^2}{\xi_0^2} \right]$$

где ξ_0 — начальная амплитуда, ξ_n — конечная амплитуда, которую следует принять несколько меньшей чем установленная вследствие асимптотического установливания амплитуды.

ANALYSIS OF BUILD-UP OSCILLATIONS IN OSCILLATORS BY MEANS OF COMPLEX FREQUENCY METHOD

Summary

The generalized symbolic calculus consisting in substitution of the frequency ω by the complex frequency $p = a + j\omega$ is a very convenient tool for the analysis of build-up transient oscillations in oscillators. The typical transients are shown in Fig. 1. In the circuits with time independent non-linearity the envelope shape is aperiodic (Fig. 1a). In the instance of the automatic amplitude control the envelope contains overshoots.

The analytic expression for build-up transient oscillations may be written in the following way

$$i(t) = R_e \left\{ I_0 \exp \left[\int_0^t p(t) dt + j\varphi_0 \right] \right\} \quad (1)$$

where

I_0 — initial amplitude,

φ_0 — initial phase angle.

Introducing here the concept of an instantaneous complex frequency

$$p(t) = a(t) + j\omega(t). \quad (2)$$

In the present work is shown how to determine the components of the instantaneous frequency analitically, namely the instantaneous increment $a(t)$ and the instantaneous angular frequency $\omega(t)$. The solution of an example for Van der Pol generator is given. Applying the linear analysis, in many cases the non-linearity may be disregarded, and the use of the admittance balance equation is more convenient.

On the basis of the circuit theory for variable frequency the conditions of the complex frequency stability may be evolved.

Linearized analysis

The symbolic calculus finds its application when the frequency is independent of time. In generators the complex frequency p may be regarded as time independent only for sufficiently low amplitudes for which the generator circuits are linear. The linearized analysis consists in substitution of the original envelope by the exponential envelope (Fig. 1a dotted line). In many instances such a simplification leads to the results sufficiently accurate for the use of technical problems.

The linearized symbolic equation of the generator may be written in the form

$$mk = 1, \quad (3)$$

or

$$Y_L + Y_0 = 0. \quad (4)$$

The form (3) relates to the oscillator regarded as the series connection of two four-poles, thus the form (4) — as parallel connection of two-poles. The transfer functions m and k and the admittances Y_L and Y_0 are here discussed in the p world (instead of the conventional $j\omega$ world applied in sinusoidal currents).

Admittance equation

In many instances the generator equation in the form (4) is more convenient, than usually applied equation form (3). In addition it is suitable to divide the generator circuit into two parallel branches in such a manner, that Y_L is the electronic admittance of the tube, and Y_0 the load admittance of the tube.

The tube admittance is expressed by the formula

$$Y_L = \frac{1}{\varrho} + Sm, \quad (6)$$

or in the normalised form

$$Y_{L1} = \frac{1}{K} + m, \quad (7)$$

where

ϱ — internal resistance of the tube,
 S — transconductance,
 K — amplification factor,
 m — voltage feedback factor.

In Table 1 the formulae of the tube admittance for several classical oscillator circuits are assembled. For Meisner oscillator (Table 1, para 1) we have

$$m = \frac{-pM}{r + pL_1} \quad (8)$$

Introducing normalised complex frequency

$$z = \frac{p}{\omega_0} = x + jy, \quad (9)$$

where

$$x = \frac{a}{\omega_0} \text{ — normalised increment,}$$

$$y = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ — normalised angular frequency.}$$

Hence

$$m = -\frac{M}{L_1} \frac{z}{z + \frac{1}{Q}}, \quad (10)$$

where

$$Q = \frac{\omega L_1}{r} \text{ — quality factor of the resonant circuit } L_1 C.$$

In similar way all the remaining formulae assembled in Table 1 were worked out. The formulae of the load admittance of the tube are given in Table 2.

Equally the admittance diagrams of the tubes and circuits for several generators circuits are given (Figs. 3—4, to 6—8).

Influence of the rate of change of the amplitude on the tube admittance

It is of interest to investigate how the increment values influence the negative tube conductance (negative resistance). In Meissner generators the negative conductance value of the tube is almost independent on the amplitude rate of change of oscillations expressed by the increment value

$$x = \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dt}, \quad (11)$$

where

ξ — instantaneous amplitude (normalised in relation to the steady amplitude).

As in the denominator of the formula (10) the factor $\frac{1}{Q}$ may be disregarded, the admittance value is thus independent on z .

In circuits including RLC elements in the feedback branche the negative conductance decreases with increasing increment.

The physical reason of this fact explains the phasor diagram of plate voltage and grid voltage plotted for Colpitts and Hartley generators (Fig. 6).

In steady-state ($x=0$) the phase shift of the feedback is 180° . With increasing increment x the phase shift deflects from 180° . For a determined critical value of increment the phase shift is equal to 90° , hence the negative conductance is equal to zero.

Obviously this denotes that the properties of the feedback loop limit the amplitude rate of change of oscillations. It cannot exceed the critical value independently or the tube transconductance value.

Non-linear analysis. Instantaneous amplitude and frequency

If in the non-linear circuit the build-up of oscillations takes place, then the increment and angular frequency during build-up period will vary with the time. If the amplitude rate of change is sufficiently low the concept of the quasi-stationary admittance $Y_{Lz}(t)$ may be introduced, which will be the function of the instantaneous amplitude $\xi(t)$ and of the instantaneous frequency $z(t)$.

We have therefore

$$Y_{Lz}(t) = Y_{Lz}[\xi(t), z(t)] = 0. \quad (12)$$

Hence the generator equation (4) may be written in the form

$$Y_{Lz}[\xi(t), z(t)] + Y_0[z(t)] = 0. \quad (13)$$

From this equation $\xi(t)$ and $z(t)$ may be determined. The instantaneous increment is defined by the conductance equation (real part of equation 13), which under a simplified assumption $y(t) \approx 1$ acquires the following general form

$$x(t) = F[\xi(t)]. \quad (14)$$

If the instantaneous amplitude is expressed in function of the instantaneous increment, then the equation (14) will have the integral equation form

$$x(t) = F[\xi_0 \exp \int x(t) dt] \quad (15)$$

From this equation the instantaneous increment may be determined. The function F is dependent on the shape of the non-linearity of the tube characteristic.

For a oscillator whose transients derives from the solution of Van der Pol equation

$$\ddot{\xi} + \varepsilon(1 - \xi^2)\dot{\xi} + \xi = 0 \quad (16)$$

it was found out [8], that the electronic admittance of the negative resistance¹ may be expressed by the formula

$$Y_{Lz} \approx \varepsilon(\xi^2 - 1) + j \frac{\varepsilon^2 \xi^2}{8} \quad (17)$$

On this basis under assumption that the circuit conductance is $G_n \approx 2x$, the instantaneous increment may be determined from the equation

$$x(t) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{\exp[-\varepsilon(t+t_0)]}{1 + \exp[-\varepsilon(t+t_0)]}, \quad (18)$$

¹ The negative resistance of a characteristic $i = -S_1 u + S_3 u^3$ excites the oscillations in LC circuit without losses comprises the corrected value S_1 .

what corresponds to the instantaneous amplitude

$$\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \exp[-\varepsilon(t+t_0)]}}. \quad (19)$$

This result is in agreement with that obtained from Van der Pol equation, with the aid of the method of slowly varying amplitude.

From the susceptance equation the instantaneous angular frequency may be determined, which is expressed by the dependence

$$y(t) = 1 - \frac{\varepsilon^2}{16} \frac{1}{1 + \exp[-\varepsilon(t+t_0)]} - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{\exp[-2\varepsilon(t+t_0)]}{\{1 + \exp[-\varepsilon(t+t_0)]\}^2}, \quad (20)$$

The amplitude, the increment and the angular frequency all in function of time are shown in the Fig. 10.

The build-up time of oscillations

The build-up time with a sufficient for practical purposes accuracy may be defined with the aid of the linearized analysis, i. e. assuming the oscillations are building-up to the ultimate amplitude I_n exponentially (Fig. 1a — dotted line).

The build-up time we determine from the formula

$$t_n = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{I_n}{I_0}, \quad (21)$$

where

I_0 — initial amplitude.

The increment α we determine from the linearized equation of generator (3) or (4).

If the generator equation is of a third degree and following form

$$A_3 z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0 = 0, \quad (22)$$

then the increment for a slow build-up of oscillations is determined from the approximate formula

$$x = \frac{\alpha}{\omega_0} \approx \frac{A_0 A_3 - A_1 A_2}{2 A_1 A_2 + A_2^2}. \quad (23)$$

The increment formulae based on formula (23) for several classical generating circuits are assembled in Table 3.

If it is required to take into account the non-linearity, then with the aid of the quasi-stationary method the envelope shape must be determined.

The time build-up of oscillations for Van der Pol generator is determined from the formula

$$t_n = \frac{1}{2\alpha} \left[\ln \frac{\xi_n^2}{1 - \xi_n^2} + \ln \frac{1 - \xi_0^2}{\xi_0^2} \right],$$

where

ξ_0 — initial amplitude,

ξ_n — ultimate amplitude, whose assumed value should be not very much smaller (for example $\xi = 0.95$) than the value of the steady state amplitude ($\xi = 1$), in view of the fact that the amplitude stabilizes asymptotically.

621.313.322:621.3.013.23,

Z. SKOCZYŃSKI

Interpretacja fizykalna stanu nieustalonego w prądnicy synchronicznej za pomocą wirującego pola magnetycznego

Rękopis dostarczono 2. 6. 1957

W pracy niniejszej podano fizykalną interpretację graficznej metody wyznaczania równania prądu zwarciovego występującego w prądnicy synchronicznej o biegunach wydatnych przy zwarcu na zaciskach. Sposób ten korzysta z metody ustalonego wektora napięcia. Na podstawie układu zastępczego prądnicy synchronicznej podano interpretację elektryczną wykresów magnetycznych oraz określono warunki, przy których przejście od wykresów magnetycznych do wykresów elektrycznych jest możliwe w przypadku, gdy nie korzysta się z ogólnych równań Parka-Goriewa. W pracy zwrócono uwagę na wpływ konwencji dotyczącej znaków i zwrotów przyjmowanych przy sporządzaniu wykresów wektorowych dla prądnicy synchronicznej wyposażonej w uzwojenia tłumiące.

WPROWADZENIE — ZAŁOŻENIA OGÓLNE

Metoda graficzna wyznaczania równania prądu zwarciovego występującego w prądnicy synchronicznej o biegunach wydatnych przy zwarcu na zaciskach korzysta z pojęcia ustalonego wektora napięcia (1), (2). W pracy niniejszej podano fizykalną interpretację tej metody, korzystając z własności przebiegów magnetycznych występujących w maszynie z chwilą pojawienia się stanu nieustalonego.

Aby w maszynie synchronicznej można było ustalić równania napięć za pomocą współczynników indukcyjności własnej i wzajemnej, należy przede wszystkim sprecyzować co to są obwody zamknięte wirnika (3). Założymy, że w maszynie synchronicznej istnieją dwie osie symetrii dla dróg magnetycznych i obwodów elektrycznych. Osiami tymi są:

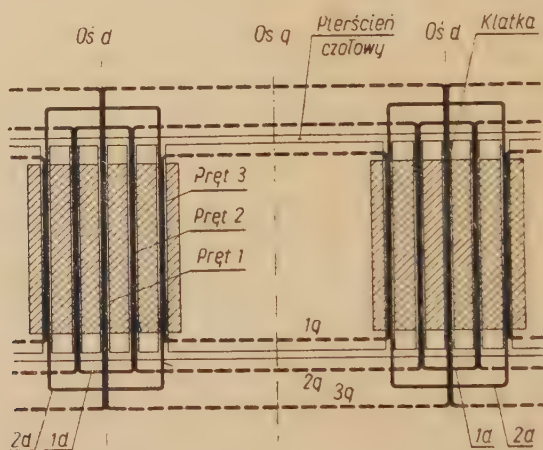
oś biegunowa — d (podłużna),

oś przerw międzybiegunowych — q (poprzeczna).

Uzwojenie wzbudzające f jest oczywiście uzwojeniem niezależnym i ma oś magnetyczną pokrywającą się z osią biegunową d . Pręty uzwojenia

tłumiącego są między sobą połączone w mniej lub więcej zamkniętą klatkę. Jeżeli jednak uzwojenie to spełnia warunek symetrii względem dwóch uprzywilejowanych kierunków magnesnicy, to można zawsze wybrać obwody elektryczne, które są symetryczne względem obu osi (rys. 1). Uzwojenia lub obwody tłumiące osi d oznaczono na rysunku 1 jako $1d$, $2d$ itd. Uzwojenia tłumiące w osi poprzecznej oznaczono przez $1q$, $2q$, $3q$ itd. Kierunki zastępczych osi magnetycznych d i q oraz osie magnetyczne uzwojeń fazowych podano na rysunku 2.

Wprowadzenie symetrycznych względem dwóch kierunków obwodów tłumiących ma tę zaletę, że nie istnieją wzajemne oporności czynne i wzajemne indukcyjności między obwodami podporządkowanymi każdej z osi

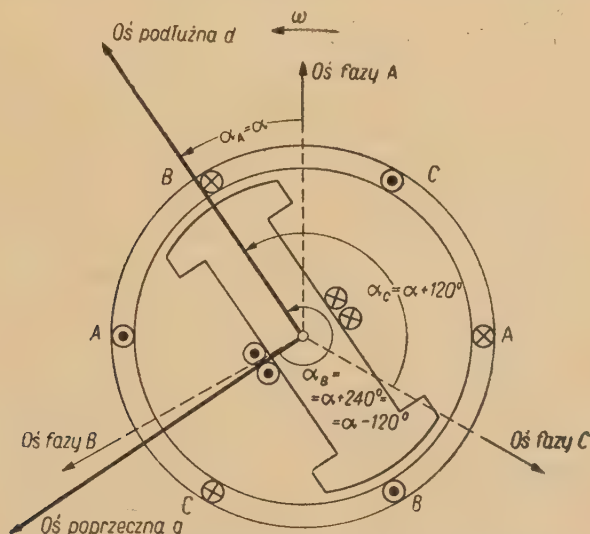


Rys. 1. Zastępczy układ uzwojeń tłumiących

maszyny. W wielu maszynach pręty w poszczególnych nabiegunkach są połączone tylko między sobą, tworząc niezależne dla każdego bieguna klatki. Nawet jednak w tych przypadkach mogą istnieć obwody prądowe obejmujące pary biegunów wskutek przepływu prądu przez żelazo wirnika, od którego pręty nie są izolowane. Brak izolacji prętów uzwojeń tłumiących od żelaza jest przyczyną, że podane dalej równania mają charakter równań przybliżonych. Wpływ tych prądów jest niewielki, chyba że w grę wchodzi obwody zamykające się przez żelazo w przerwach międzybiegunowych lub samo żelazo grające rolę uzwojenia tłumiącego w prądnicach turbinowych.

Wszystkie indukcyjności wzajemne między twornikiem i magnesnicą są okresowymi funkcjami kąta przesunięcia wirnika względem stojana. Poza tym wskutek istnienia wydatnych biegunów, indukcyjności wzajem-

nie między uzwojeniami stojana są również tego rodzaju funkcjami. Wskutek tego nie można uniknąć układu równań różniczkowych, w których wszystkie współczynniki są okresowymi funkcjami kąta wirnika, tak że nawet przy stałej prędkości kątowej magneśnicy rozwiązanie ich jest kłopotliwe i żmudne. W razie przyjęcia pewnych uzasadnionych i dopusz-



Rys. 2. Kierunki zastępczych osi magnetycznych d i g oraz osie magnetyczne uzwojeń fazowych

czalnych uproszczeń można skorzystać z prostego przekształcenia, które pozwala wyeliminować przyczynę trudności, a mianowicie zmienne w czasie indukcyjności własne L i wzajemne M uzwojeń.

Pierwsze z tych założeń — to założenie, że uzwojenia stojana mają sinusoidalny rozkład wzdłuż szczeliny — jeżeli chodzi o wzajemne oddziaływanie między twornikiem i magneśnicą. Założenie takie jest potwierdzone nie tylko wynikami badań doświadczalnych, ale również faktem, że wszystkie uzwojenia są tak wykonywane, aby usunąć możliwie najwięcej harmonicznych przestrzennych SMM-ej.

Drugie założenie — to założenie, że ułożenie stojana nie wpływa widocznie na żadną z indukcyjności magneśnicy, a przede wszystkim na zmiany tych indukcyjności wraz z ruchem obrotowym wirnika. Założenie takie jest oczywiste w przypadku maszyn o dużej liczbie żłobków na biegun, ale jeżeli liczba ta jest niewielka — założenie takie może wzbudzić wątpliwości. Mała liczba żłobków na biegun zdarza się jednak przede wszystkim w maszynach o dużej liczbie biegunów, dzięki czemu wpływ ułożenia stojana nie jest istotny.

Trzecie wreszcie założenie niewątpliwie najbardziej istotne — to założenie, że można pominąć wpływ nasycenia magnetycznego.

Droga do wyznaczenia i analizy warunków zwarciovych prowadzi do rozwiązania układu równań (1) Parka-Goriewa o postaci

$$\begin{aligned} u_d &= p\psi_d - \psi_q p\alpha - r_a i_d, \\ u_q &= p\psi_q + \psi_d p\alpha - r_a i_q, \\ u_0 &= p\psi_0 - r_a i_0, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie skojarzenia magnetyczne ψ są znanymi funkcjami prądów w uzwojeniach maszyny. Z chwilą wyznaczenia różnych wielkości w obu osiach zastępczych nie ma trudności przy powrocie do osi fazowych, a więc do uzwojeń fazowych, bowiem zależności między wielkościami w uzwojeniach zastępczych i w uzwojeniach fazowych są bardzo proste.

Wszystkie dalsze rozważania będą jednak oparte na równaniach skojarzeń magnetycznych i warunku stałości ich liczby w czasie. Taka metoda pozwala łatwiej wyjaśnić sens fizyczny zjawisk i w przypadku zwarcia symetrycznych prowadzi prostszą drogą do celu. Równania dla skojarzeń magnetycznych uzwojeń maszyny po stronie wirnika mają postać dla uzwojenia wzbudzającego

$$\psi_{fd} = -\frac{3}{2} M_{afd} i_d + L_{ffd} i_{fd} + \sum_{x=1}^{x=n} M_{fxd} i_{xd}, \quad (2)$$

dla uzwojenia tłumiącego w osi podłużnej

$$\psi_{xd} = -\frac{3}{2} M_{axd} i_d + M_{fxd} i_{fd} + L_{xxd} i_{xd} + \sum_{y=2}^{y=n} M_{xyd} i_{yd}, \quad (3)$$

$x=1, 2, 3, \dots, n$

dla uzwojenia tłumiącego w osi poprzecznej

$$\psi_{xq} = -\frac{3}{2} M_{axq} i_q + L_{xxq} i_{xq} + \sum_{y=2}^{y=n} M_{xyq} i_{yq}. \quad (4)$$

$x=1, 2, 3, \dots, n$

Po stronie stojana natomiast

dla uzwojenia zastępczego osi d

$$\psi_d = -L_d i_d + M_{afd} i_{fd} + \sum_{x=1}^{x=n} M_{axd} i_{xd}, \quad (5)$$

dla uzwojenia zastępczego osi q

$$\psi_q = -L_q i_q + \sum_{x=1}^{x=n} M_{axq} i_{xq}. \quad (6)$$

OZNACZENIA

- α — kąt przesunięcia osi magnetycznej magnesnicy względem osi uzwojenia fazy A;
 ψ — ogólny symbol skojarzeń magnetycznych;
 L — ogólny symbol współczynnika indukcyjności własnej uzwojenia;
 M — ogólny symbol współczynnika indukcyjności wzajemnej między dwoma uzwojeniami (uzwojenia oznaczone indeksami przy symbolu);
 a — ogólny indeks stojana;
 f — ogólny indeks uzwojenia wzbudzającego;
 cd — ogólny indeks uzwojenia tłumiącego w osi podłużnej;
 cq — ogólny indeks uzwojenia tłumiącego w osi poprzecznej;
 L_0 — składnik stały współczynników indukcyjności własnej uzwojeń fazowych;
 M_0 — składnik stały współczynników indukcyjności wzajemnej między uzwojeniami fazowymi;
 $\omega (L_0 - 2M_0)$ — oporność maszyny synchronicznej dla składowej symetrycznej zerowej;
 I — ogólny symbol zmodyfikowanych prądów uzwojeń wirnika;
 r — ogólny symbol oporności czynnej (w przypadku dwóch indeksów oprócz indeksu osi magnetycznej oporności czynnej wzajemnej między uzwojeniami);
 E — ogólny symbol SEM-ej;
 U, u — ogólny symbol napięcia;
 (0) — ogólny indeks dla wielkości w chwili $t=0$;
 L_1 — współczynnik indukcyjności rozproszeniowej stojana;
 $\omega L_d''$ — oporność przejściowa wstępna w osi podłużnej;
 $\omega L_q''$ — oporność przejściowa wstępna w osi poprzecznej.

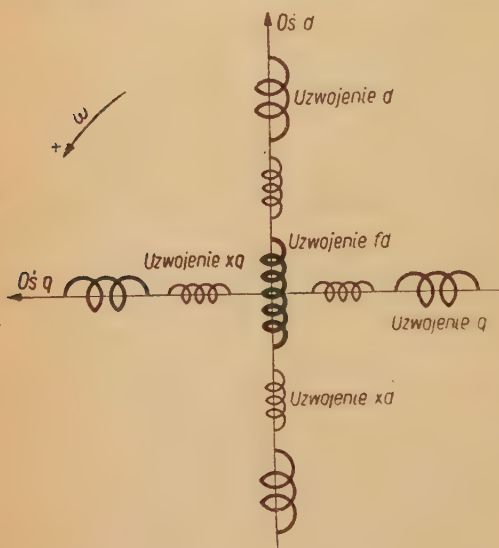
2. UKŁAD ZASTĘPCZY PRĄDNICY SYNCHRONICZNEJ

Wprowadzenie przekształcenia dla napięć prowadzi do układu równań (1), w świetle których uzwojenia zastępcze mają pewne szczególne własności, a wyrazem ich jest występowanie składników $\psi_a p_a$ oraz $\psi_q p_a$. Nie należy więc sądzić, aby do uzwojeń tych można było stosować takie same prawa fizyczne jak do zwykłych statycznych uzwojeń sprzęgniętych magnetycznie. Zrezygnowano jednak w dalszych rozważaniach z szerszego zastosowania tych równań wprowadzając natomiast napięcia związane z tymi uzwojeniami, ale zależne tylko od zmian strumienia w czasie, a nie uwzględniające ruchu obrotowego uzwojeń zastępczych. Nie założono również żadnych zależności między tymi napięciami a napięciami fazowymi, których tą drogą wyznaczyć nie można. A zatem

$$\begin{aligned}
 u_{d(\text{stat})} &= p\psi_d - r_a i_d, \\
 u_{q(\text{stat})} &= p\psi_q - r_a i_q.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Założenie takie jest równoznaczne z chwilowym wyeliminowaniem z rozważań ruchu obrotowego wirnika i rozpatrywaniem statycznego układu

uzwojeń zastępczych stojana i uzwojeń wirnika (rys. 3). Założenie takie nie wprowadza żadnych dalszych uproszczeń oprócz poprzednio wymienionych, przyjęto bowiem gładki stojan, a więc wyeliminowano wpływ użłobkowania, które mogłoby grać rolę przy ruchu obrotowym wirnika. Taka koncepcja układu zastępczego maszyny wyjaśnia bezpośrednio równania (1). Zmiany bowiem skojarzeń w uzwojeniach fazowych będą wywołane nie tylko zmianami różnych strumieni czynnych wzdłuż osi, ale również ruchem obrotowym tych strumieni względem uzwojeń stojana.



Rys. 3. Układ zastępczych uzwojeń prądnicy synchronicznej

Tak jak warunki magnetyczne uzwojeń fazowych nie mogą stawiać wymagań sprzecznych fizycznie z własnościami uzwojeń na rysunku 3, tak uzwojenia na rysunku 3 mogą spełniać tylko takie warunki magnetyczne, które nie są sprzeczne z prawami fizycznymi zastosowanymi do uzwojeń fazowych.

Zwrócić należy uwagę na fakt, że pominięto skojarzenia magnetyczne

$$\psi_0 = -(L_0 - 2M_0) i_0.$$

Jest to zupełnie oczywiste. Z góry przyjęto bowiem założenie, że prądy i_0 w uzwojeniach fazowych nie wytwarzają strumienia przenikającego do magneśnicy, nie ma więc sprzężeń magnetycznych między stojanem i magneśnicą, które by pochodziły od prądów i_0 . Ponieważ skojarzenia magnetyczne ψ_0 pochodzą tylko od prądu i_0 , można więc ze wszystkich prądów fazowych wydzielić prądy i_0 i uważać, że istnieje jakieś osobne uzwojenie wiodące te prądy, przy czym magnetycznie uzwojenie to nie

Otrzymano zatem układ nieruchomych względem siebie uzwojeń (rys. 3) wirujący względem uzwojonego trójfazowego stojana. Przebiegi magnetyczne występujące w układzie uzwojeń na rysunku 3 będą w określony sposób rzutowane na nieruchomy układ uzwojeń fazowych, tak jakby „obserwowane” przez ten układ. Oczywiście, również i uzwojenia fazowe jako istniejące w rzeczywistości będą musiały spełniać podstawowe prawa fizyczne, a związane z nimi zjawiska i przebiegi magnetyczne będą w odpowiedni sposób wpływały na stan magnetyczny uzwojeń z rys. 3.

jest z żadnym innym skojarzone, albo że po prostu w uzwojeniach fazowych płyną prądy, które nie wytwarzają strumienia magnetycznego. Strumień magnetyczny wzniecany przez te prądy, to jedynie strumień rozproszony.

Analizując przebiegi magnetyczne zarówno w nieruchomych uzwojeniach fazowych, jak i ruchomym wirującym układzie uzwojeń z rysunku 3, zastosowano prawo wyrażające się warunkiem stałości liczby skojarzeń magnetycznych ψ . W uzwojeniu o oporności czynnej równej zeru zachodzi równanie

$$u = p\psi,$$

jeżeli skojarzenia magnetyczne pochodzą nie tylko od prądu w uzwojeniu, ale również od prądów w innych uzwojeniach sprzęgniętych magnetycznie. Jeżeli założyć, że w pewnej chwili $u=0$, to $p=0$ lub $\psi=\text{const}$. To elementarne sformułowanie i wyjaśnienie warunku stałości liczby skojarzeń magnetycznych mówi, że skojarzenia magnetyczne nie mogą się zmienić, jeśli np. w pewnej chwili zewrzymy zaciski uzwojenia. Jeżeli uzwojenie ma oporność czynną, to ogólniejsza postać warunku mówi, że skojarzenia magnetyczne w obwodzie elektrycznym nie mogą ulec nagłej zmianie, a więc muszą być takie same w chwili $t=0_-$ poprzedzającej zmianę jak w chwili $t=0_+$ bezpośrednio po zmianie, np. zwarcie.

Równania (2)—(6) charakteryzują się występowaniem sum skojarzeń ujmujących powiązania magnetyczne z poszczególnymi zwojami xd i xq klatki uzwojenia tłumiącego. Określenie parametrów tych zwojów jest wręcz niemożliwe, a gdyby nawet można było te parametry wyznaczyć, to nie ujmowałyby one wpływu samego żelaza magneśnicy. Dlatego też wprowadzono uproszczenie polegające na zastąpieniu uzwojenia rzeczywistego i wpływu żelaza magneśnicy klatką w postaci prostopadłościanu, a więc tak jakby uzwojenia tłumiącego, w którym istnieją jedynie zwoje $1d$ i $1q$. Wówczas, oznaczając uzwojenie tłumiące w osi d indeksem cd , a w osi q indeksem cq , otrzymamy

$$\begin{aligned} \sum_{x=1}^{x=n} M_{fxd} i_{xd} &= M_{fcd} i_{cd}, \\ \sum_{y=2}^{y=n} M_{xyd} i_{yd} &= 0, \\ \sum_{y=2}^{y=n} M_{xyq} i_{yq} &= 0, \\ \sum_{x=1}^{x=n} M_{axd} i_{xd} &= M_{acd} i_{cd}, \\ \sum_{x=1}^{x=n} M_{axq} i_{xq} &= M_{acq} i_{cq} \end{aligned} \tag{8}$$

i ostatecznie dla stojana

$$\psi_d = -L_d i_d + M_{afd} i_{fd} + M_{acd} i_{cd}, \quad (9)$$

$$\psi_q = -L_q i_q + M_{acq} i_{cq} \quad (10)$$

oraz dla wirnika

$$\psi_{fd} = -\frac{3}{2} M_{afd} i_d + L_{ffd} i_{fd} + M_{fcd} i_{cd}, \quad (11)$$

$$\psi_{cd} = -\frac{3}{2} M_{acd} i_d + M_{fcd} i_{fd} + L_{ccd} i_{cd}, \quad (12)$$

$$\psi_{cq} = -\frac{3}{2} M_{acq} i_q + L_{ccq} i_{cq}. \quad (13)$$

Uproszczenie uzwojenia tłumiącego do postaci klatki prostopadłościowej prowadzi w konsekwencji nie tylko do równań (8) wyrażających skojarzenia magnetyczne, ale pozwala również uprościć równania napięć dla uzwojeń tłumiących, które przyjmą obecnie postać

$$0 = p\psi_{cd} + r_{ccd} i_{cd}, \quad (14)$$

$$0 = p\psi_{cq} + r_{ccq} i_{cq},$$

bowiem

$$\sum_{\substack{(x=1) \\ y=1}}^{y=n} r_{xyd} i_{yd} = r_{ccd} i_{cd},$$

$$\sum_{\substack{(x \neq 1) \\ y=1}}^{y=n} r_{xyd} i_{yd} = 0,$$

$$\sum_{\substack{(x=1) \\ y=1}}^{y=n} r_{xyq} i_{yq} = r_{ccq} i_{cq},$$

$$\sum_{\substack{(x \neq 1) \\ y=1}}^{y=n} r_{xyq} i_{yq} = 0.$$

(15)

3. TRANSFORMATOROWY SCHEMAT ZASTĘPCZY PRĄDNICY SYNCHRONICZNEJ

Dotychczasowe rozważania — dzięki wprowadzonym przekształceniom prądów i skojarzeń magnetycznych — doprowadziły do układu zastępczego uzwojeń podanego na rysunku 3. Nie ulega wątpliwości, że taki układ zastępczy ma charakter sprzężenia transformatorowego statycznego. Również i równania (9)—(13) są swą budową zbliżone do równań, jakie

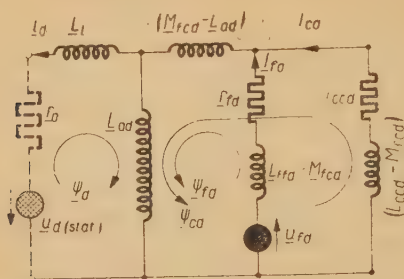
można ustalić dla transformatora trójzwojeniowego. Zasadnicza różnica między równaniami transformatora a podanymi sprowadza się do występowania współczynnika $3/2$ w wyrażeniach określających skojarzenia magnetyczne uzwojeń wirnika pochodzące od stojana, a braku tego współczynnika w wyrażeniach określających skojarzenia magnetyczne uzwojeń stojana pochodzące od wirnika oraz do występowania różnych współczynników indukcyjności wzajemnej między poszczególnymi uzwojeniami.

Fakt, że między uzwojeniami wirnika i stojana istnieją sprzężenia magnetyczne o charakterze transformatorowym nadaje szczególnego znaczenia przekładniom zwojowym pomiędzy poszczególnymi uzwojeniami, a więc ustaleniu liczby zwojów zastępczych uzwojeń stojana, bowiem uzwojenia wirnika mają raczej z góry ustalone liczby zwojów, jako uzwojenia fizycznie istniejące. Sprawa ta również i dlatego jest istotna, że zależności matematyczne ulegają znacznym uproszczeniom, jeżeli będziemy korzystali z jednostek względnych. Pełne korzyści z jednostek względnych dają się uzyskać tylko wówczas, gdy między jednostkami po obu stronach sprzężenia transformatorowego istnieją zależności wyznaczone przekładnią transformatora. Ale i z innych powodów przekładnie zwojowe zastępczego układu transformatorowego odgrywają istotną rolę. Jakikolwiek dalsze przekształcenie równań (9)—(13) wymaga kojarzenia między sobą prądów czy też indukcyjności. Kojarzenie takie nie jest możliwe, jeżeli wszystkie wielkości nie będą bądź sprowadzone na jedną stronę, bądź wyrażone w jednostkach przynależnych do wirnika lub stojana. Można oczywiście zagadnienie to rozwiązać w sposób ogólny wprowadzając od razu odpowiedni układ jednostek dla wielkości występujących w równaniach (9)—(13) lub też sprowadzając — po ustaleniu przekładni — odpowiednie wielkości na stronę stojana. Przyjęcie jednostek np. prądu dla wszystkich uzwojeń będzie oczywiście równoznaczne z ustaleniem przekładni zwojowych maszyny.

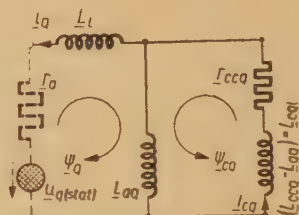
Za jednostki prądu w uzwojeniu wzbudzającym i w uzwojeniu tłumiącym osi d przyjmujemy takie prądy, które przy obrotach synchronicznych wzniesają w uzwojeniach fazowych stojana SEM-e odczytane z charakterystyki szczeliny (a więc przy biegu jałowym) i równe w jednostkach iloczynowi indukcyjności L_{aa} ¹ oddziaływania twornika w osi podłużnej i pulsacji synchronicznej ω , w założeniu, że jednostką napięcia jest napięcie znamionowe. Należy pamiętać, że w równaniach, w których występują prądy uzwojeń wirnika występują zawsze oporności czynne czy indukcyjności zwiększone o 50%. Z chwilą przejścia do jednostek względnych, fakt powiększenia oporności i indukcyjności uzwojeń wirnika a zmniejszenia prądów można ująć bezpośrednio w przekładni prądniczy.

¹ Symbol z kreską u dołu oznacza wielkość wyrażoną w jednostkach.

Dokładny schemat zastępczy będzie miał w osi podłużnej postać podaną na rysunku 4, zaś w osi poprzecznej — podaną na rysunku 5, przy



Rys. 4. Schemat zastępczy prądnicy synchronicznej dla osi d



Rys. 5. Schemat zastępczy prądnicy synchronicznej dla osi q

czym na schematach tych podano już zmodyfikowane — zmniejszone o $1/3$ — prądy uzwojeń wirnika.

Jeżeli — w razie przyjęcia najodpowiedniejszych jednostek prądu w uzwojeniach wirnika — wprowadzi się uproszczenie wynikające z warunków

$$M_{fcd} - L_{ad} \approx 0,$$

$$L_{ad} = M_{afd} = M_{acd} \approx M_{fcd},$$

to układ zastępczy w osi podłużnej d podany na rysunku 4 ulegnie uproszczeniu do postaci podanej na rysunku 6. Układ zastępczy dla osi q zatrzyma postać podaną na rysunku 5.

Schematy zastępcze podane na rysunkach 5 i 6 spełniają nie tylko równania skojarzeń magnetycznych, ale również równania Kirchhoffa dla uzwojeń wirnika i równania (7), dla uzwojeń zastępczych stojana. Nie pozwalają one jednak wyznaczyć bezpośrednio napięć u_d oraz u_q ze względu na występowanie w równaniach dla tych napięć składników ψ_{ap} i ψ_{aq} , a więc SEM-ych ruchu obrotowego.

Ażeby uprościć dalsze rozważania pod względem formalnych obliczeń, tak można zmienić jednostki prądu i oporności po stronie stojana (do którego zostały już sprowadzone wszystkie wielkości po stronie wirnika), aby

$$L_{ad} = 1,0. \quad (16)$$

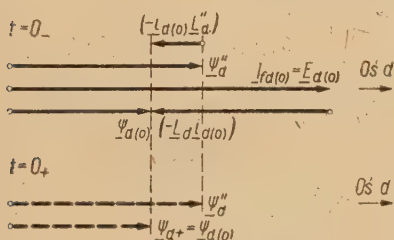
Jest to oczywiście formalność, którą zawsze wolno zrealizować nie zmie-

niając jednostki ani napięcia ani skojarzeń magnetycznych. Można obecnie przystąpić do sporządzenia wykresów przestrzennych skojarzeń magnetycznych podanych na rysunkach 7 i 8.

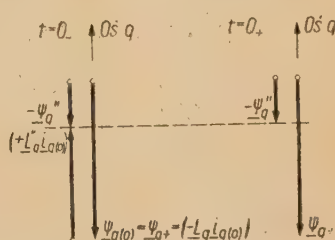
4. INTERPRETACJA WYKRESÓW WEKTOROWYCH PRĄDNICY SYNCHRONICZNEJ

Należy pamiętać, że na przestrzennych wykresach skojarzeń magnetycznych pojęcie zwrotu prądu czy też wektora prądu nie ma żadnego sensu. Na wykresach tych obowiązuje jedynie umowa dotycząca zwrotów skojarzeń wywołanych przez prądy, na przykład skojarzeń $\underline{L}_{ad}i_{d(0)}$ przeciwdziałających skojarzeniom $\underline{I}_{fd(0)} = E_{d(0)}$ ($M_{afd} = \underline{L}_{ad} = 1,0$)².

Wykresy podane na rysunkach 7 i 8 można nanieść na wspólny wykres,



Rys. 7. Wykres skojarzeń magnetycznych dla osi d



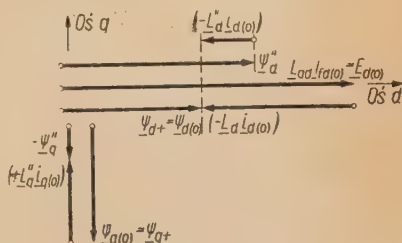
Rys. 8. Wykres skojarzeń magnetycznych dla osi q

przy czym pamiętać należy, że równania wyznaczające te wykresy mają niezmienną postać bez względu na to, czy korzystamy z jednostki prądu wyznaczonej prądem znamionowym czy też z takiej jednostki, przy której $\underline{L}_{ad} = 1,0$. Wspólny wykres dla obu osi podano na rysunku 9.

Podany na rysunku 10 wykres przestrzenny skojarzeń magnetycznych, a więc i strumieni ma szczególnie cenne własności z chwilą, gdy na tle warunku stałości liczby skojarzeń magnetycznych zastosujemy go do analizy zwarcia trójfazowego.

Skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_{(0)}$ będące sumą geometryczną stałych w czasie skojarzeń $\underline{\psi}_{d(0)}$ i $\underline{\psi}_{q(0)}$ wyznaczają również skojarzenia magnetyczne uzwojeń

fazowych będące jedyną przyczyną i źródłem napięć w maszynie, w której $\tau_a = 0$. Skojarzenia $\underline{\psi}_{(0)}$ wyznaczają w stanie ustalonym poprzedzającym



Rys. 9. Wykres skojarzeń magnetycznych dla osi d i q

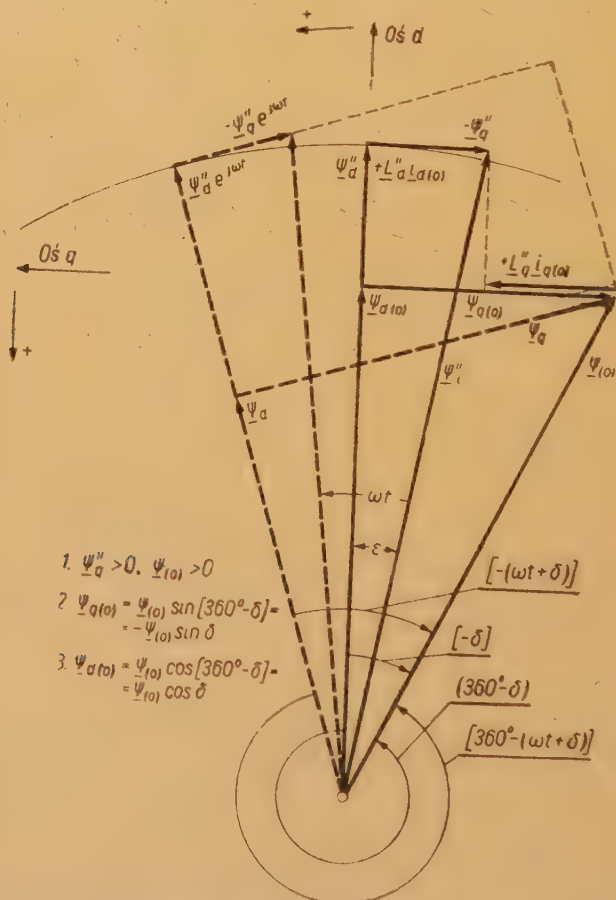
² Indeks (0) oznacza wartość w chwili $t=0_-$.

zwarcia wypadkowy strumień magnetyczny po stronie stojana w zastępczej maszynie, w której po stronie stojana nie ma rozproszenia, wzbudzenie jednak jest zmniejszone o wyrażenie $\underline{L}_l i_{d(0)}$ w osi podłużnej

$$\psi_{d(0)} = -\underline{L}_d i_{d(0)} + \underline{L}_{ad} I_{fd(0)} = -\underline{L}_{ad} i_{d(0)} + [\underline{L}_{ad} I_{fd(0)} - \underline{L}_l i_{d(0)}], \quad (17)$$

o $\underline{L}_l i_{q(0)}$ zaś w osi poprzecznej

$$\psi_{q(0)} = -\underline{L}_q i_{q(0)} = -\underline{L}_{aq} i_{q(0)} - \underline{L}_l i_{q(0)}. \quad (18)$$



Rys. 10. Wykres przestrzenny skojarzeń magnetycznych prądnicy synchronicznej

Tak jak skojarzenia magnetyczne ψ''_d i $[-\psi''_q]$ można interpretować jako skojarzenia wirnika wywołane strumieniem szczelinowym w prądnicy, w której uzwojenia stojana mają współczynniki indukcyjności rozproszeniowej \underline{L}''_d i \underline{L}''_q , a w wirniku nie ma strumienia rozproszonego, tak sko-

jarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_{q(0)}$ i $\underline{\psi}_{d(0)}$ można interpretować jako skojarzenia stojana wywołane strumieniem szczelinowym w prądnicy, w której stojanie nie ma strumienia rozproszonego, wzbudzenie jednak jest równe w chwili $t=0_-$

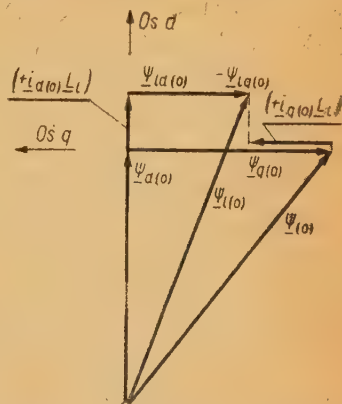
$$\left[\frac{\underline{L}_{ad} \underline{i}_{fa(0)} - \underline{L}_l \underline{i}_{a(0)}}{\underline{L}_{ad}} \right]$$

w osi podłużnej, zaś

$$\left[- \frac{\underline{L}_l \underline{i}_{q(0)}}{\underline{L}_{aq}} \right]$$

w osi poprzecznej.

Taka interpretacja skojarzeń magnetycznych pozwala utrzymać szeroko rozpowszechnione współczynniki indukcyjności oddziaływania twornika \underline{L}_{ad} i \underline{L}_{aq} . Można jednak również interpretować skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_{d(0)}$ i $\underline{\psi}_{q(0)}$ jako skojarzenia wywołane strumieniem szczelinowym w maszynie, w której oddziaływanie twornika wyznaczone jest współczynnikami indukcyjności \underline{L}_d i \underline{L}_q , a więc współczynnikami indukcyjności synchronicznych. Należy pamiętać, że w prądnicy synchronicznej skojarzenia magnetyczne uzwojeń twornika są wywołane nie tylko strumieniem szczelinowym, który jest równy w chwili $t=0_-$ [$\underline{\psi}_{lq(0)} > 0$]



Rys. 11. Skojarzenia magnetyczne szczelinowe w prądnicy synchronicznej

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{la(0)} &= [\underline{\psi}_{d(0)} + \underline{i}_{d(0)} \underline{L}_l], \\ -\underline{\psi}_{lq(0)} &= [\underline{\psi}_{q(0)} + \underline{i}_{q(0)} \underline{L}_l], \end{aligned} \quad (19)$$

ale również skojarzeniami wywołanymi strumieniami $\underline{i}_{d(0)} \underline{L}_l$ i $\underline{i}_{q(0)} \underline{L}_l$, które przeciwdziałają skojarzeniom $\underline{\psi}_{la(0)}$ i $[-\underline{\psi}_{lq(0)}]$ (rys. 11).

Cała prostota teorii maszyny synchronicznej wynikająca z zastępczego układu uzwojeń podanego na rysunku 3 jest możliwa do uzyskania dzięki temu, że wprowadzamy skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_d$ i $\underline{\psi}_q$, które wyznaczają bezpośrednio napięcia na zaciskach, nie operujemy natomiast pojęciem strumienia szczelinowego. Korzystanie — przy badaniu stanów nieustalonych — ze strumienia szczelinowego o tyle byłoby bezcelowe, że strumień ten — wobec istnienia strumieni rozproszonych — nie spełnia zasadniczego warunku stałości chociażby w chwilach $t=0_-$ i $t=0_+$. Ta jego cecha jest przyczyną poszukiwania i wprowadzenia innych strumieni (lub skojarzeń np. $\underline{\psi}_d'', [-\underline{\psi}_q''], \underline{\psi}_{(0)}$) stałych w chwilach $t=0_-$ i $t=0_+$, które można uważać za strumienie szczelinowe w zastępczych jednak maszynach i charakterystycznych parametrach (rozproszenie stojana \underline{L}_d'' i \underline{L}_q'' ,

oddziaływanie twornika \underline{L}_d i \underline{L}_q) — zależnych od tego, czy przedmiotem rozważań jest wirnik czy stojan.

W chwili $t=0_-$ skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_{(0)}$, będące wypadkowymi skojarzeniami uzwojeń fazowych zajmują względem tych uzwojeń pewne określone położenie przestrzenne w swoim ruchu obrotowym. W razie pojawienia się stanu nieustalonego wywołanego zakłóceniem równowagi magnetycznej, nieruchome w przestrzeni uzwojenia fazowe „zatrzymują” w przestrzeni ruch obrotowy skojarzeń $\underline{\psi}_{(0)}$, tak aby zgodnie z warunkiem stałości liczby tych skojarzeń były one jednakowe w chwilach $t=0_-$ i $t=0_+$.

Skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_i''$, będące sumą geometryczną stałych w chwilach $t=0_-$ i $t=0_+$ skojarzeń magnetycznych $\underline{\psi}_d''$ i $[-\underline{\psi}_q'']$ nie mogą zmienić swego położenia względem magneśnicy, przy której uzwojenia są również „trzymane”. Wskutek ruchu obrotowego uzwojonego wirnika skojarzenia te muszą jakby wirować wraz z magneśnicą.

Stan taki można ująć podanymi dalej równaniami, pamiętając że skojarzenia magnetyczne uzwojeń wirnika (niezmienne w czasie w razie pominięcia oporności czynnych uzwojeń) będą w każdej chwili zależne od rzutów na osie tych uzwojeń skojarzeń $\underline{\psi}_{(0)}$ nieruchomych w przestrzeni, jak również będą pochodziły od zmieniających się prądów \underline{i}_d oraz \underline{i}_q wytwarzających wirujące pole magnetyczne. Prądy w uzwojeniach stojana muszą się tak zmieniać, aby wirujące w przestrzeni skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_d''$ i $[-\underline{\psi}_q'']$ nie zmieniły znaku i wartości. Występują więc nieruchome w przestrzeni skojarzenia magnetyczne $\underline{\psi}_{(0)}$ oraz wirujące wraz z magneśnicą skojarzenia $\underline{L}_d'' \underline{i}_d$ i $\underline{L}_q'' \underline{i}_q$. Te skojarzenia magnetyczne wyznaczają niezmiennie w czasie skojarzenia magnetyczne wirującej magneśnicy. A więc

$$\begin{aligned}\underline{\psi}_d'' &= \underline{\psi}_d + \underline{L}_d'' \underline{i}_d = \underline{\psi}_{(0)} \cos [360^\circ - (\omega t + \delta)] + \underline{L}_d'' \underline{i}_d = \underline{\psi}_{(0)} \cos (\omega t + \delta) + \underline{L}_d'' \underline{i}_d \\ \underline{\psi}_q'' &= \underline{\psi}_q + \underline{L}_q'' \underline{i}_q = \underline{\psi}_{(0)} \sin [360^\circ - (\omega t + \delta)] + \underline{L}_q'' \underline{i}_q = \underline{\psi}_{(0)} \sin (\omega t + \delta) + \underline{L}_q'' \underline{i}_q\end{aligned}\quad (20)$$

ponieważ, zgodnie z rysunkiem 10,

$$\begin{aligned}\underline{\psi}_d &= \underline{\psi}_{(0)} \cos [360^\circ - (\omega t + \delta)] = \underline{\psi}_{(0)} \cos (\omega t + \delta), \\ \underline{\psi}_q &= \underline{\psi}_{(0)} \sin [360^\circ - (\omega t + \delta)] = -\underline{\psi}_{(0)} \sin (\omega t + \delta).\end{aligned}\quad (21)$$

Z równań tych można bez trudności wyznaczyć prądy \underline{i}_d oraz \underline{i}_q

$$\begin{aligned}\underline{i}_d &= \frac{\underline{\psi}_d''}{\underline{L}_d''} - \frac{\underline{\psi}_{(0)}}{\underline{L}_d''} \cos (\omega t + \delta), \\ \underline{i}_q &= \frac{\underline{\psi}_{(0)}}{\underline{L}_q''} \sin (\omega t + \delta) - \frac{\underline{\psi}_q''}{\underline{L}_q''}.\end{aligned}\quad (22)$$

Zgodnie z ogólnymi zasadami przejścia od uzwojeń zastępczych osi d i q do uzwojeń fazowych otrzymuje się dla prądu w fazie A — w założeniu, że nie występuje układ zerowy prądów — wyrażenie

$$\begin{aligned}
 i_A &= i_d \cos(\omega t + \alpha_0) - i_q \sin(\omega t + \alpha_0), \\
 i_A &= \left[\frac{\psi_d''}{L_d''} - \frac{\psi_{(0)}}{L_d''} \cos(\omega t + \delta) \right] \cos(\omega t + \alpha_0) - \\
 &\quad - \left[\frac{\psi_{(0)}}{L_q''} \sin(\omega t + \delta) - \frac{\psi_q''}{L_q''} \right] \sin(\omega t + \alpha_0) = \\
 &= \frac{\psi_d''}{L_d''} \cos(\omega t + \alpha_0) + \frac{\psi_q''}{L_q''} \sin(\omega t + \alpha_0) - \\
 &\quad - \frac{\psi_{(0)}}{L_d''} \cos(\omega t + \alpha_0) \cos(\omega t + \delta) - \\
 &\quad - \frac{\psi_{(0)}}{L_q''} \sin(\omega t + \alpha_0) \sin(\omega t + \delta). \tag{23}
 \end{aligned}$$

Alte

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta), \\
 \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta),
 \end{aligned}$$

a więc

$$\begin{aligned}
 &= - \left[\frac{\psi_{(0)}}{L_d''} \cos(\omega t + \alpha_0) \cos(\omega t + \delta) + \frac{\psi_{(0)}}{L_q''} \sin(\omega t + \alpha_0) \sin(\omega t + \delta) \right] = \\
 &= - \left\{ \left[\frac{\psi_{(0)}}{2L_d''} [\cos(\alpha_0 - \delta) + \cos(2\omega t + \alpha_0 + \delta)] + \frac{\psi_{(0)}}{2L_q''} [\cos(\alpha_0 - \delta) - \cos(2\omega t + \alpha_0 + \delta)] \right] \right\} = \\
 &= - \frac{1}{2} \psi_{(0)} \left(\frac{1}{L_d''} + \frac{1}{L_q''} \right) \cos(\alpha_0 - \delta) - \frac{1}{2} \psi_{(0)} \left(\frac{1}{L_d''} - \frac{1}{L_q''} \right) \cos(2\omega t + \alpha_0 + \delta).
 \end{aligned}$$

Ostatecznie

$$\begin{aligned}
 i_A &= \frac{\psi_d''}{L_d''} \cos(\omega t + \alpha_0) + \frac{\psi_q''}{L_q''} \sin(\omega t + \alpha_0) + \\
 &\quad - \psi_{(0)} \frac{L_q'' + L_d''}{2L_d'' L_q''} \cos(\alpha_0 - \delta) - \psi_{(0)} \frac{L_q'' - L_d''}{2L_q'' L_d''} \cos(2\omega t + \alpha_0 + \delta). \tag{24}
 \end{aligned}$$

Równanie (24) wyraża ścisłą funkcję prądu zwarciovego w fazie A w przypadku, gdy wyidealizowana prądnica synchroniczna nie zmienia obrotów w chwili zwarcia i ma uzwojenia o opornościach czynnych równych zeru (brak tłumienia)

$$\underline{r}_a = \underline{r}_{fd} = \underline{r}_{cd} = \underline{r}_{cq} = 0.$$

Dopiero w tym etapie możemy wprowadzić formalną operację pomnożenia i podzielenia równania (24) przez $\omega = 1$, co będzie równoznaczne z zastąpieniem skojarzeń magnetycznych SEM-ymi i napięciami, zaś współczynników indukcyjności — opornościami.

Z punktu widzenia fizykalnego operacja przejścia od skojarzeń magnetycznych zarówno do napięć, jak i do SEM-ych jedynie drogą mnożenia przez pulsację jest dopuszczalna tylko w przypadku, gdy mamy do czynienia z uzwojeniami o opornościach czynnych równych zeru, tylko wówczas bowiem

$$u = p\psi - ri = p\psi \quad (\text{podczas gdy zależność } e = p\psi \text{ jest zawsze spełniona}),$$

a więc

$$\underline{U} = \underline{\psi} \quad (\underline{E} = \underline{\psi} \text{ zawsze})$$

bez względu na to jakiego pochodzenia są zmiany skojarzeń danego uzwojenia. O ile więc równania (24) są w świetle poczynionych założeń upraszczających zupełnie ściśle, o tyle podane dalej równanie (25) mające bardziej bezpośredni sens i bardziej poręczne w zastosowaniach jest tylko wówczas słuszne, gdy można pominąć wpływ oporności czynnych uzwojeń fazowych. Skojarzenia magnetyczne $\psi_{(0)}$ odpowiadają zatem pewnej SEM-iej w maszynie, która w rzeczywistości nie jest równa napięciu na zaciskach wskutek istnienia oporności czynnej uzwojeń fazowych. Uwzględnienie jednak tej rozbieżności prowadzi do konieczności rozwiązywania ogólnych równań operatorowych, wymagających tego rodzaju uproszczeń, że wyniki uzyskane są takie same. W odmiennym ujęciu stanu elektromagnetycznego maszyny synchronicznej za pomocą równań (1) oraz za pomocą podanego rozumowania uproszczonego tkwi przyczyna rozbieżności między wykresami wektorowymi konwencjonalnymi stosowanymi szeroko w literaturze, a wykresami wynikającymi z interpretacji ogólnych równań operatorowych.

Podkreślić należy fakt, że w równaniu (24) występują skojarzenia magnetyczne ψ''_q i $\psi_{(0)}$, przy czym (rys. 8 i rys. 10)

$$\underline{\psi}_{(0)} > 0 \text{ i } \underline{\psi}''_q > 0.$$

Przejście od wykresów przestrzennych skojarzeń magnetycznych do wykresów symbolicznych napięć drogą formalnej operacji mnożenia przez ω jest dozwolone tylko wówczas, gdy w równaniach występują skojarze-

nia $\psi_{(0)}$ (nie zaś ich rzuty $\psi_{q(0)}$ i $\psi_{d(0)}$), a skojarzenia $\psi_q'' > 0$. Zasady tej należy ściśle przestrzegać. W równaniach napięciowych można już korzystać z bezwzględnych wartości kątów na wykresach, ustalając zależności w sposób geometryczny. Stosując powyższą zasadę otrzymuje się równanie

$$\begin{aligned} i_A = & \frac{E_d''}{X_d} \cos(\omega t + \alpha_0) + \frac{E_q''}{X_q} \sin(\omega t + \alpha_0) - U_{(0)} \frac{X_q'' + X_d''}{2X_q'' X_d''} \cos(\alpha_0 + \delta) - \\ & - U_{(0)} \frac{X_q'' - X_d''}{2X_q'' X_d''} \cos(2\omega t + \alpha_0 + \delta), \end{aligned} \quad (25)$$

przy czym należy raz jeszcze podkreślić, że zastąpienie symbolu $\psi_{(0)}$ symbolem $U_{(0)}$ jest przybliżeniem, usprawiedliwionym pominięciem wpływu oporności czynnej r_a . Występujące w równaniu (25) wielkości mają prostą interpretację na podstawie wykresu przestrzennego podanego na rysunkach 7, 8, 9, 10. Interpretację tę podano na rysunku 12, przy czym jest ona słuszna tylko w przypadku, gdy oporności czynne uzwojeń fazowych można pominąć. Charakterystyczne równania dla wykresu na rysunku 12 będą miały postać

$$\begin{aligned} E_d'' = U_{(0)} \cos(\omega t + \delta) + X_d'' i_d = U_{(0)} \cos \delta + X_d'' i_{d(0)}, \\ E_q'' = U_{(0)} \sin(\omega t + \delta) - X_q'' i_q = U_{(0)} \sin \delta - X_q'' i_{q(0)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Są to równania analogiczne do równań (20), przy czym można je również otrzymać jedynie drogą pomnożenia równań (20) przez pulsację synchroniczną $\omega = 1,0$.

5. KONWENCJA ZNAKOWA WYKRESÓW WEKTOROWYCH

Wykres podany na rysunku 12 zasługuje na pewne wyjaśnienie. Ma on mianowicie charakter wykresu wektorowego stosowanego w teorii obwodów prądu sinusoidalnie zmiennego. W przypadku prądów i napięć zmiennych mamy do czynienia z typowymi wykresami wektorowymi, na których jednak nie występują rzeczywiste prądy i napięcia ani nawet pełne wyrażenia w postaci liczb zespolonych. Na wykresach tych występują jedynie współczynniki przy wyrażeniach $e^{j\omega t}$. W przypadku osi podłużnej i poprzecznej na wykresie występują wielkości rzeczywiste stałe, uzupełnione jedynie do postaci wykresu wektorowego.

Przy wyprowadzaniu zależności (25) na podstawie zależności (24) oparto się na założeniu, że są spełnione warunki

$$\psi_q'' > 0 \quad \text{ i } \quad \psi_{(0)} > 0.$$

W przypadku prądnicy w której oporności czynne uzwojeń fazowych są równe zeru ($r_a = 0$) i tylko w tym przypadku otrzymuje się równość

napięć i skojarzeń magnetycznych wyrażonych w jednostkach, a więc zgodnie z równaniami (1)

$$\begin{aligned} \underline{u}_d &= \underline{\psi}_q \dot{q} = -\underline{\psi}_q, \\ \underline{u}_q &= \underline{E}_d - \underline{X}_d \dot{q} = \underline{\psi}_d. \end{aligned} \quad (27)$$

Jeżeli zostaną wprowadzone odmienne oznaczenia, a mianowicie

$$\begin{aligned} \underline{U}_q &= -\underline{\psi}_q = \underline{u}_d, \\ \underline{U}_d &= \underline{\psi}_d = \underline{u}_q \end{aligned} \quad (28)$$

oraz założenia, że $\psi''_q < 0$, to na podstawie wykresu na rysunku 8 otrzymuje się równanie

$$\psi''_q = \psi_{q(0)} + \underline{L}_q \dot{q}_{(0)}. \quad (29)$$

Zgodnie z równaniami (28)

$$\underline{E}_q'' = \underline{U}_{q(0)} - \underline{X}_q'' \dot{q}_{(0)}, \quad (30)$$

a więc otrzymuje się zależność wyznaczającą fragment wykresu na rysunku 12.

Zasadę $\underline{U}_q = -\underline{\psi}_q$ można stosować tylko w razie założenia $\psi''_q < 0$ korzystając z równań, w których występują skojarzenia ψ_q , a nie skojarzenia $\psi_{(0)}$. W równaniach napięciowych można i obecnie korzystać z bezwzględnych wartości kątów ustalając zależność w sposób geometryczny. Istnieją więc dwa sposoby przejścia

Rys. 12. Wykres wektorowy prądnicy synchronicznej

od równań skojarzonych magnetycznych do równań o postaci napięciowej słusznych w przypadku, gdy $r_a = 0$.

Znaki skojarzeń

Sposób przejścia

$$\begin{array}{cc} \psi''_q > 0 & \psi_{(0)} > 0 \\ \downarrow & \downarrow \\ \underline{E}_q'' & \underline{U}_{(0)} \end{array}$$

zmiana symboli skojarzeń i indukcyjności w równaniach skojarzeń dla osi d i q wyrażonych przez $\psi_{(0)}$

$$\begin{array}{cc} \psi''_q < 0 & \psi_q < 0 \\ \downarrow & \downarrow \\ -\underline{E}_q'' & -\underline{U}_q \end{array}$$

zastosowanie warunku $\underline{U}_q = -\underline{\psi}_q$ oraz $\underline{L} = \underline{X}$ w równaniach skojarzeń dla osi d i q wyrażonych przez ψ_q

Skojarzenia w osi d

sposób przejścia obojętny, daje takie same wyniki

Taka konwencja znaków nie jest bynajmniej jedyna. Konwencja znaków zależna jest od zasadniczych założeń dotyczących:

- a) dodatnich zwrotów przyjętych na rysunku 2;
- b) zwrotu osi zastępczych d i q w stosunku do kierunku ruchu obrotowego magnésnicy;
- c) znaku pochodnej skojarzeń magnetycznych w równaniach napięciowych dla uzwojeń fazowych, a więc

$$u = p\psi - ri$$

lub

$$u = -p\psi - ri.$$

Instytut Elektrotechniki

WYKAZ LITERATURY

1. Concordia C.: *Synchronous machines theory and performance*. J. Wiley, New York, 1951.
2. Nowacki P.: Obliczanie składowych prądu nieustalonego generatora synchronicznego jawnobiegunowego przy nagłej zmianie oporności obciążenia z uwzględnieniem obciążenia przedzwarcioowego. Arch. Elektr. zeszyt 4, tom III, 1954.
3. Skoczyński Z., Nowacki P. J.: *Zwarcia w wysokonapięciowych układach energoelektrycznych*. Warszawa, PWT, 1954.

ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ В СИНХРОННОЙ ДИНАМОМАШИНЕ ПРИ ПОМОЩИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Резюме

В 1954 году в „Archiwum Elektrotechniki” (Том III, вып. 4) была опубликована работа Т. Новацкого излагающая применение графического метода для определения уравнения тока короткого замыкания, выступающего в синхронной динамомашине с явновыраженными полюсами при коротком замыкании на зажимах. В настоящей работе изложена физическая интерпретация этого метода для случая трехфазного короткого замыкания, пользуясь свойствами магнитных процессов в машине с момента появления нестационарного состояния.

Наиболее общий путь, ведущий к определению функции тока короткого замыкания, требует решения системы уравнений (1), дополненной выражениями (2)–(6) для магнитных соединений ψ . Переход к новым координатам, соответствующим влияниям связанным с осями d и q , позволяет устранить те трудности, которые в общем случае появляются в системе фазовых величин вследствие того, что все собственные и взаимные индуктивности обмоток ротора и статора являются периодическими функциями угла перемещения ротора относительно статора.

В связи с приведенными выше уравнениями заместительные обмотки обладают некоторыми особыми свойствами, которые выражаются в выступании ком-

понентов ψ_{pa} и ψ_{qda} . Не следует поэтому полагать, что к этим обмоткам можно применять те же физические законы, что и к обыкновенным, магнитно сопряженным статическим обмоткам. Можно однако элиминировать из наших соображений вращательное движение ротора и рассматривать статическую систему замещающих обмоток статора и ротора, учитывая вращательное движение ротора при помощи уравнений, определяющих переход от фазных координат к новым координатам d, q и 0 . Получается тогда система неподвижных взаимно обмоток, вращающихся по отношению к трехфазной обмотке статора. Магнитные процессы в системе вращающихся обмоток будут определенным образом проектированы на неподвижную систему фазных обмоток, как если бы они были наблюдаемы этой системой. Очевидно и существующие в действительности фазные обмотки должны будут удовлетворять основным физическим законам, а связанные с ними явления и магнитные процессы будут соответственным образом влиять на магнитное состояние вращающихся фазных обмоток.

Факт, что между взаимно неподвижными обмотками ротора и статора существуют магнитные сопряжения трансформаторного характера, придает особое значение витковым передачам между отдельными обмотками и следовательно и определению числа витков замещающих обмоток статора, ибо обмотки ротора имеют заранее установленное число витков, как обмотки физически существующих или сведенные к форме физических обмоток. Вопрос этот также и потому существен, что математические зависимости значительно упрощаются если пользоваться относительными единицами.

Но полного использования относительных единиц можно достигнуть только тогда, когда между единицами обеих сторон трансформаторного сопряжения существуют зависимости определенные трансформаторной передачей. Витковые передачи замещающей трансформаторной системы и по другим причинам играют существенную роль. Какое либо преобразование уравнений магнитных соединений требует взаимного соединения токов или индуктивностей.

Но такое соединение не является возможным, если все величины не будут сведены в одну сторону или не будут выражены в единицах принадлежащих либо статору, либо ротору. Следовательно, для возможности применения и использования идеи замещающих обмоток, необходимо точно определить понятие передачи или — что сводится к тому же — должны быть приняты единицы тока для всех обмоток машины.

Такое понятие замещающей системы синхронной машины позволяет — основываясь на условии неизменного числа магнитных соединений — высказать интерпретацию симметричного состояния короткого замыкания при помощи вращающегося поля.

Вращающиеся в пространстве в стационарном состоянии и неизменные — по крайней мере в моменты $t=0_-$ и $t=0_+$ по отношению к ротору — магнитные соединения ψ_i , с составляющими ψ_d'' и ψ_q'' (20), в момент короткого замыкания разделяются для каждой замещающей оси на две части. Не смотря на то, что эти части переменны во времени, суммы соответствующих компонентов — согласно условию постоянства числа магнитных соединений — остаются неизменными.

В момент $t=0_-$ магнитные соединения $\psi_{(0)}$ (рис. 10), являющиеся результирующими соединениями фазных обмоток, занимают по отношению к этим обмоткам некоторое пространственно определенное положение в своем вращательном движении.

В случае появления нестационарного состояния, вызванного симметричным нарушением магнитного равновесия, неподвижные в пространстве фазные об-

мотки задерживают в пространстве вращательное движение соединений $\psi_{(0)}$, так чтобы — согласно условию постоянства числа этих соединений — они были бы одинаковы в моменты $t=0_-$ и $t=0_+$.

Магнитные соединения ψ'_i , воображаемые щелевые соединения, являющиеся геометрической суммой неизменных, в моменты $t=0_-$ и $t=0_+$ магнитных соединений ψ'_d и $(-\psi'_q)$ не могут изменить своих положений по отношению к ротору, обмотки которого также их «держат». Вследствие вращательного движения обмоток ротора соединения эти должны как будто бы вращаться вместе с ротором. Итак мы получаем неподвижные в пространстве, магнитные соединения $\psi_{(0)}$ и вращающиеся вместе с ротором и пульсирующие соединения $L'_d i_d$, и $L_q i_q$. Соответственно взятые суммы этих соединений для двух вращающихся в пространстве магнитных осей дают уравнения (20). Переход к фазным обмоткам ведет к выражениям, определяющим фазные токи как функции времени.

В настоящей работе в заключении изложены основы, условия и ограничения, которые следует учитывать, когда от магнитной формы уравнений мы переходим к более употребительной электрической форме. Несоблюдение этих основ может вызвать слишком свободную интерпретацию векторных диаграмм, а также затруднения в последовательном соблюдении соответственных знаков.

PHYSICAL INTERPRETATION OF TRANSIENT STATE IN SYNCHRONOUS GENERATORS BY REVOLVING MAGNETIC FIELD

Summary

In 1954, the *Archiwum Elektrotechniki* in volume III, part 4, published a new graphical method worked out by P. Nowacki for deriving the short-circuit current equation which occurs in salient pole synchronous generator during a short-circuit at its terminals. In the work the use of fixed-voltage vector method is made.

The present paper has as its object to provide a physical interpretation of the above method in the case of three-phase terminal short-circuit, making use of properties of the magnetic variations arising in machine at the moment of transient state occurrence.

The most common way leading to the determination of the short-circuit current involves the solution of a set of equations (1), supplemented with the expressions (2)÷(6) for the magnetic linkages ψ .

The change-over to the new coordinates related to the axes d and q , enables to eliminate the difficulties, which in general case in the circuit of phase quantities are encountered, due to the fact that all self and mutual inductances of rotor and stator windings are the periodic functions of angle displacement of the rotor relatively to the stator.

In the light of the above equations the equivalent windings possess certain peculiar properties and the presence of factors $\psi_d p a$ and $\psi_q d a$ is the best sign of

Hence, it is of no use to expect that the same physical laws, governing in the ordinary stationary windings linked magnetically, may be applied to those equivalent windings. It is quite possible however, to exclude from considerations the rotary motion of rotor and to examine the stationary circuit of equivalent stator and rotor windings with the aid of equations defining the transition way from

the phase coordinates, to the new ones (d , q and 0). We obtain thus a circuit of mutually unmoving windings revolving relatively to three-phase stator windings. The magnetic variations arising in the revolving windings are in a certain way projected on the stationary circuit of phase windings, so as they would have been viewed from this circuit.

It is obvious, that similarly the phase windings as existing should satisfy the basic physical laws; the phenomena and magnetic variations will exert their influence upon the magnetic state of revolving windings in a corresponding manner. Just as the magnetic conditions of the phase windings cannot set the requirements physically contradicting to the properties of revolving windings, so the revolving windings can fulfil only those magnetic conditions, which do not contradict to the physical laws applied to the phase windings.

The fact that between stationary to each other rotor and stator windings exist the magnetic linkages of a transformer character imparts a special significance to the turns-ratios between separate windings and consequently to the determination of quantity of equivalent coils of stator windings. The rotor windings either as the physical windings in existence or as adjusted to the form of physical windings have rather their quantity of coils established in advance. The essence of this problem consists also in that the mathematical dependencies may be subjected to the extensive simplifications, if the use of the relative units is made. Full advantage, however, of the relative units may be extracted, if on both sides of the transformer linkage the dependencies, delimited by the transformer ratio are in being. There are also other reasons that turns-ratios of the equivalent transformer circuit play so essential part. Any transformation of the magnetic linkage equations necessitates linking of the currents and inductances between themselves. But such linking is possible if all quantities involved either are transplanted on one side or expressed in the terms of stator and rotor units. In order to enable the use of the equivalent winding concept, the meaning of ratio has to be specified or, what is of the same significance, the current units for all machine windings must be assumed.

Such a concept of the equivalent synchronous machine circuit permits on the basis of stability condition of quantity of the magnetic linkages to evolve and interpretation of symmetric short-circuit state, with the aid of revolving field.

The magnetic linkages ψ_i in a steady and unvariable state (at least at the time $t=0_-$ and $t=0_+$) with the components ψ'_d and ψ'_q (20) revolving in space relatively to the rotor are divided into two parts for each of the equivalent axes at the moment of short-circuit. In spite of fact that these parts are varying in time, the sums of the corresponding components, according to the stability condition of the magnetic linkage quantity, do not vary at all.

The magnetic linkages $\psi_{(0)}$ (Fig. 10), being resultant linkages of the phase windings, occupy in their rotory motion of the time $t=0$ a certain determined position in the space in relation to these phase windings. If a transient state, caused by a symmetrical disturbance of magnetic balance arises, the stationary in space phase windings stop the rotory motion of the linkages $\psi_{(0)}$ in the space, so that according to the constant flux linkages theorem the linkages are identical at the time $t=0_-$ and $t=0_+$.

The magnetic linkages ψ''_i the imaginary gap linkages being the geometric sum of the magnetic linkages ψ''_d and $(-\psi''_q)$ cannot change their position in relation to the field coil, whose windings also are holding them on. We get thus the stationary in space magnetic linkages $\psi_{(0)}$ and the puls linkages $L_d i_d$, $L_q i_q$ revolving with the field coil.

Adequately assumed sums of these linkages for two revolving in space magnetic axes give the equations (20). The transition to the phase windings leads to the expressions defining the phase current as the functions of time.

The principles, conditions and limitations which should be considered if a change-over from the magnetic form of equations to more conventional electric form is made, are given in the final part of the work. If these principles are not observed it may lead to superficially liberal interpretation of the vector diagrams and to the difficulties in consistent maintaining of the symbol convention.

535.241.41:621.327.43

T. OLESZYŃSKI

Pomiar strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych bez użycia lumenomierza całkującego

Rękopis dostarczono 20. 8. 1957

W części pierwszej podano celowość stosowania oraz teoretyczne uzasadnienie nowej metody wyznaczania strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych przez dokonywanie pomiaru luminancji powierzchni lampy w jej części środkowej i uwzględnienie rozkładu luminancji wzdłuż lampy.

W części drugiej opisano budowę specjalnego nitomierza, przystosowanego do pomiaru luminancji lamp fluorescencyjnych, podano sposób wzorcowania układu pomiarowego oraz zanalizowano uchyby systematyczne metody pomiaru strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych wyżej opisaną metodą.

1. WPROWADZENIE

Pomiar strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych, nieodzowny zarówno przy ocenie jakości samych lamp, jak i przy badaniu opraw oświetleniowych do lamp fluorescencyjnych, jest wykonywany dwoma metodami: albo w lumenomierzu przez porównanie z wzorcową lampą fluorescencyjną, albo przez pomiar światłości badanej lampy w płaszczyźnie prostopadłej do jej osi podłużnej i przechodzącej przez środek lampy.

W pierwszym przypadku wartość mierzonego strumienia świetlnego określa się z zależności

$$\Phi_b = \Phi_w \frac{a_b}{a_w} \text{ [lm]}, \quad (1)$$

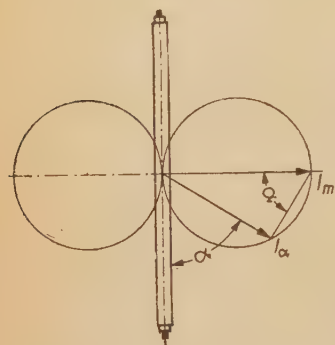
gdzie a_b i a_w są wartościami proporcjonalnymi do natężeń oświetlenia na okienku pomiarowym przy badanej i wzorcowej lampie fluorescencyjnej.

W drugim przypadku mierzony strumień świetlny określa się na podstawie zależności wiążącej całkowity strumień świetlny lampy fluorescencyjnej (prostej, w postaci niewygiętej rury o stałej średnicy) z maksymalną światłością I_m lampy w płaszczyźnie symetrii prostopadłej do osi podłużnej lampy. Zależność ta ustalona została na drodze obliczeń teore-

tycznych dla liniowego źródła światła promieniującego zgodnie z prawem Lamberta ($I_a = I_m \sin \alpha$ — rys. 1) ma postać

$$\Phi = 2\pi \int_0^{\pi} I_a \sin \alpha d\alpha = 2\pi I_m \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \pi^2 I_m [\text{lm}]. \quad (2)$$

Mierząc zatem I_m (w kandelach) i mnożąc otrzymaną wartość przez $\pi^2 \approx 9,9$ otrzymuje się wartość całkowitego strumienia świetlnego idealnego źródła liniowego.



Rys. 1. Bryła fotometryczna idealnej lampy fluorescencyjnej

Rzeczywiste źródła światła w kształcie linii świecącej, jakimi są lampy fluorescencyjne, mają kształt bryły fotometrycznej odbiegający od toroidu kołowego ($I_a = I_m \sin \alpha$).

Ustalona na podstawie pomiarów zależność strumienia świetlnego od maksymalnej światłości lampy ma postać

$$\Phi = 9,24 I_m [\text{lm}]. \quad (3)$$

(Przeprowadzone ostatnio [1] badania w ZSRR przy użyciu bardziej dokładnych metod pomiarowych dały dla lamp radzieckich zależność $\Phi = 9,15 I_m$).

Obie powyższe metody pomiaru strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych są dość kłopotliwe w realizacji pomiaru i wymagające znacznego nakładu pracy. Strumień świetlny lamp fluorescencyjnych jest bowiem zależny od statecznika znajdującego się w jej obwodzie oraz od warunków zewnętrznych (temperatura otoczenia, warunki chłodzenia).

Przy pomiarach muszą być przeto stworzone warunki pracy lampy identyczne z warunkami przy jej normalnej eksploatacji. Na przykład przy pomiarze sprawności oprawy oświetleniowej do lamp fluorescencyjnych pomiar strumienia samych lamp musi być przeprowadzony przy zasilaniu ich przez te same stateczniki, które są umieszczone w oprawie, a temperatura otoczenia lampy w lumenomierzu lub na ławie fotometrycznej powinna być taka sama, jak panująca w oprawie w stanie ustalonym. Ponadto przy metodzie pomiaru światłości I_m lampa musi być umieszczona w ciemnej przestrzeni bez dodatkowych źródeł światła i powierzchni odbijających o znacznym współczynniku odbicia, a odległość fotometru od badanej lampy powinna być nie mniejsza niż pięciokrotna jej długość (przy lampie fluorescencyjnej 40 W o długości 1,2 m odległość ta wyniesie ponad 6 m).

Jeżeli wszystkie te wymagania, kłopotliwe i często bardzo trudne do spełnienia, nie zostaną spełnione, pomiar obarczony zostaje znacznym uchybem, mimo iż sama metoda pomiaru jest dość dokładna. Bieżące potrzeby licznych pomiarów strumienia świetlnego lamp fluorescencyj-

nych skłoniły autora do opracowania nowej metody pomiaru strumienia tych lamp, które by nie posiadały tych niedogodności.

2. OPIS METODY

Metoda autora oparta została na pomiarze luminancji lampy fluorescencyjnej, który można wykonać bez potrzeby przenoszenia lampy do układu pomiarowego oraz bez zmiany warunków pracy lampy.

Zasada pomiaru

Lampa fluorescencyjna w kształcie prostej rury tworzy walec świecący o luminancji L . Element dS powierzchni tego walca będzie miał światłość w kierunku normalnym do powierzchni równą $L \cdot dS$. Przy wypromieniowaniu, zgodnym z prawem Lamberta, strumień $d\Phi$ z tego elementu wyniesie $\pi L dS$. Przy odchyleniu od prawa Lamberta otrzymamy $d\Phi = k\pi L dS$, gdzie współczynnik k zależny od kształtu krzywej światłości elementu dS . Całkowity strumień świetlny Φ_0 lampy będzie zatem równy

$$\Phi_0 = \int_S k\pi L dS = k\pi \int_S L dS. \quad (4)$$

Gdyby luminancja na całej powierzchni lampy była stała, otrzymalibyśmy po prostu

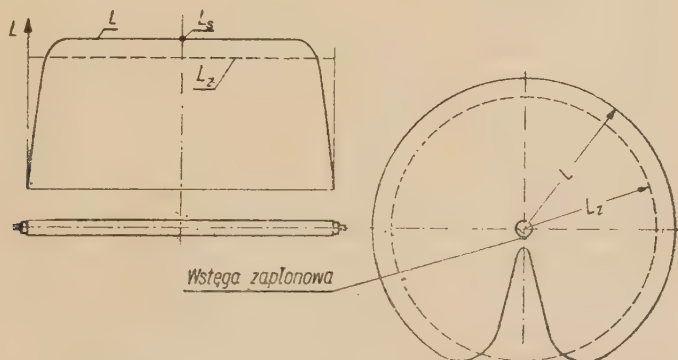
$$\Phi_0 = k\pi L S = k\pi L \pi d l = \pi^2 k d l L, \quad (5)$$

gdzie

d — średnica,

l — długość świecącego walca lampy.

Rozkład luminancji wykazuje jednak dość znaczne jej różnice w funkcji położenia elementu dS na powierzchni lampy (rys. 2). Przy końcach rury zaznacza się spadek luminancji spowodowany przeszkadzającym działaniem



Rys. 2. Rozkład luminancji wzdłuż lampy fluorescencyjnej oraz w płaszczyźnie prostopadłej do osi lampy ze wstęgą zapłonową

łaniem zestawu katodowego oraz mniejszym natężeniem promieniowania nadfioletowego w tych częściach rury. Po obwodzie walca lampy posiadającej wstęgę zapłonową występuje również lokalne zmniejszenie luminancji.

Dla rzeczywistego rozkładu luminancji można wyznaczyć strumień świetlny lampy fluorescencyjnej wprowadzając pojęcie luminancji zastępczej L_z określonej z równania (5)

$$L_z = \frac{\Phi_0}{k\pi S} \quad (6)$$

Oznaczając przez L_s luminancję dla środkowej części lampy oraz przez m stosunek $L_z : L_s$ otrzymamy

$$\Phi_0 = k\pi m L_s S = k\pi^2 m L_s dl \quad [\text{lm}]. \quad (7)$$

Ponieważ według równania (3)

$$\Phi_0 = 9,24 I_m = 9,24 L_z dl,$$

więc

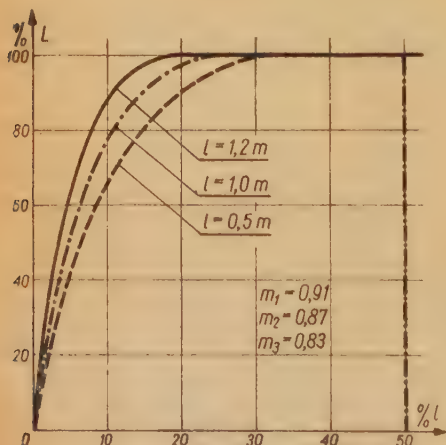
$$k\pi^2 m L_s dl = 9,24 L_z dl,$$

skąd

$$k = \frac{9,24}{\pi^2} = 0,932.$$

Współczynnik m wyznaczyć można z rozkładu luminancji na powierzchni lampy. Planimetrując pole pod krzywą $L=f(l)$ i dzieląc to pole przez l otrzymamy wartość luminancji zastępczej L_z . Mierzac luminancję L_s dla środkowej części lampy otrzymamy

$$m = \frac{L_z}{L_s}.$$



Rys. 3. Średni rozkład luminancji dla lamp fluorescencyjnych o długości 1,2; 1,0 i 0,5 m.

Dla ustalenia liczbowej wartości współczynnika m przeprowadzono szereg pomiarów rozkładu luminancji wzdłuż rury lamp fluorescencyjnych różnych mocy i długości pochodzących z produkcji krajowej oraz z fabryk zagranicznych. W wyniku tych pomiarów otrzymano szereg krzywych $L=f(l)$ różnych dla różnych długości lamp. Średnie wartości L obliczone dla rur tej samej długości (1,2; 1,0 i 0,5 m) podano na rys. 3 dla połowy rury w funkcji procentowej odległości od końca rury.

Z planimetrowania pól pod krzywymi otrzymano następujące wartości współczynników m

dla rur długości 1,2 m — $m_1 = 0,91$,

„ „ „ 1,0 m — $m_2 = 0,87$,

„ „ „ 0,5 m — $m_3 = 0,83$.

Dla lamp fluorescencyjnych opatrzonych wstęgą zapłonową należy wprowadzić współczynnik m_w uwzględniający zmniejszenie zastępczej luminancji spowodowane stratami świetlnymi we wstędze zapłonowej. Przyjmując luminancję wstęgi zapłonowej, której współczynnik przepuszczania jest znikomy, za równą w przybliżeniu zero otrzymamy

$$m_w = \frac{\pi dl - bl_w}{\pi dl} = 1 - \frac{bl_w}{\pi dl}, \quad (8)$$

gdzie

b — szerokość,

l_w — długość wstęgi zapłonowej.

Ponieważ w przybliżeniu $l_w = l$, to

$$m_w = 1 - \frac{b}{\pi d}. \quad (9)$$

Dla lamp fluorescencyjnych produkcji krajowej ze wstęgą zapłonową $b \approx 3,5$ mm; $d = 38$ mm, co daje wartość $m_w \approx 0,97$. Ostatecznie więc otrzymuje się zależność strumienia świetlnego lampy fluorescencyjnej w zależności od luminancji L_s w środkowej części rury

$$\Phi_0 = \pi^2 k m m_w L_s dl \text{ [lm]}. \quad (10)$$

Dla danego typu lampy fluorescencyjnej, o dużej mocy i dużych wymiarach (wartości k , m , m_w , d i l są stałe) mamy

$$\Phi_0 = C_0 L_s \text{ [lm]}. \quad (11)$$

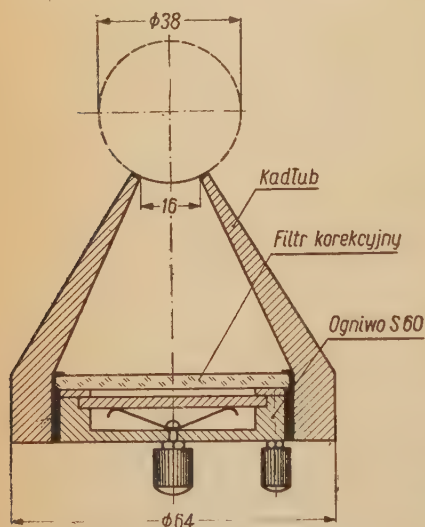
Wartość stałej $C_0 = \pi^2 k m m_w dl$ można wyliczyć z pomiaru rozkładu luminancji wzdłuż rury oraz z jej wymiarów. Wartość tej stałej można również wyznaczyć z pomiarów luminancji L_s oraz strumienia świetlnego wzorcowej lampy fluorescencyjnej danego typu. Ten drugi sposób jest zarówno prostszy, jak i dokładniejszy.

Opis nitomierza

Do pomiaru luminancji powierzchni rury lampy fluorescencyjnej opracowano specjalny typ nitomierza obiektywnego (rys. 4). Składa się on

z kadłuba z masy plastycznej lub innego materiału izolacyjnego (turbaks, papier bakelizowany) w kształcie stożka ściętego w którego dolnej, szerszej części wykonane jest gniazdo do osadzenia ogniwa selenowego (Lange S60) z filtrem korekcyjnym. Górna część stożka jest wyfrezowana walcowo tak, aby przylegała do walcowej powierzchni badanej lampy fluorescencyjnej.

Dla uniknięcia szczelności, przez które mogłoby przedostawać się do nitomierza światło pochodzące z innych źródeł, górne obieże nitomierza oklejone jest czarnym filcem, stanowiącym uszczelkę świetlną.



Rys. 4. Schemat budowy nitomierza do pomiaru luminancji lamp fluorescencyjnych

Otwór czynny nitomierza tworzy w rzucie elipsę o osiach $2a=18,5$ mm i $2b=16$ mm, której pole $S=\pi ab=233$ mm².

Przy luminacji powierzchni rury około 0,5 sb strumień wnikaający do nitomierza wynosi około

$$\Phi_{\pi} \pi L S - \pi 0,5 \cdot 2,33 \approx 2,7 \text{ [lm]}.$$

Przy czułości ogniwa około $250 \mu\text{A/l m}$ (powierzchnia światłoczuła o polu około 10 cm^2) i przy zastosowaniu filtra korekcyjnego redukującego natężenie oświetlenia w stosunku około 1:13 otrzymuje się prąd fotoelektryczny rzędu $40 \mu\text{A}$ dający się łatwo zmierzyć zwykłymi mikroamperomierzami laboratoryjnymi. Oporność wewnętrzna mikroamperomierza nie powinna być większa niż około 100Ω dla uzyskania

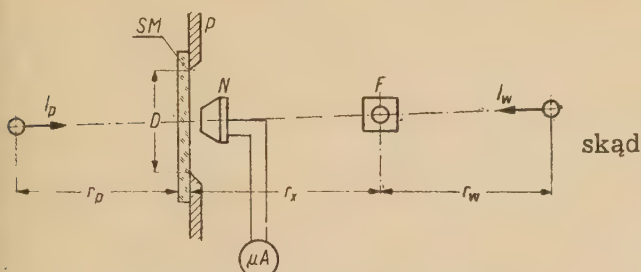
prostoliniowej charakterystyki prądu fotoelektrycznego $i_f = f(E)$ w funkcji natężenia oświetlenia na światłoczułej powierzchni ogniwa.

Prąd fotoelektryczny ogniwa jest proporcjonalny do strumienia wnikaącego do nitomierza, a więc i do luminancji badanej lampy fluorescencyjnej

$$L = C_1 i_f.$$

Dla wyznaczenia stałej nitomierza C_1 w celu otrzymania wyników pomiarów w jednostkach luminancji (nitach) należy przewzorcować układ pomiarowy. Wzorcowania dokonywa się na ławie fotometrycznej (rys. 5). Jako powierzchnię o luminancji wzorcowej stosuje się szybę mleczną SM oświetloną żarówką I_p z odległości $r_p > 5D$. Szyba umocowana jest za przesłoną P o otworze D , którego wymiar jest znany.

Luminancję L szyby określa się z pomiaru porównawczego z wzorcową żarówką o znanej światłości I_w za pomocą fotometru subiektywnego F . Z warunku równowagi fotometru wynika



skąd

$$\frac{\pi D^2}{4} L = \frac{I_w}{r_w^2},$$

$$L = \frac{I_w}{\pi D^2} \cdot \frac{r_x^2}{r_w^2} \quad [\text{nt}]. \quad (12)$$

Rys. 5. Układ do wzorcowania nitomierza w jednostkach luminancji

Luminancję wyrazimy w nitach, jeśli I_w w [cd] a D w [m].

Przykładając teraz nitomierz do szyby dostaniemy odchylenie galwanometru (mikroamperomierza) a działek skali (dz. sk.) proporcjonalne do prądu fotoelektrycznego. Będzie więc

$$L = C_2 \cdot a,$$

skąd określimy

$$C_2 = \frac{L}{a} \frac{[\text{nt}]}{(\text{dz. sk.})}$$

Ostatecznie więc uwzględniając zależność (11) będzie

$$\Phi_0 = C_2 L_s = C_0 C_2 a_s = C a_s, \quad (13)$$

gdzie

a_s — odchylenie miernika dla środkowej części badanej lampy.

Układ pomiarowy może być zatem wywzorcowany od razu w wartościach strumienia świetlnego dla danego typu lampy fluorescencyjnej.

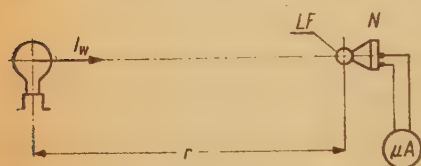
Na dokładność pomiaru strumienia badanej lampy wpływają następujące czynniki:

- obecne światło padające na badaną lampę w czasie pomiaru,
- równomierność rozkładu luminancji wzdłuż rury (odchylenie od przyjętej wartości m),
- sposób wykonania wstęgi zapłonowej (odchylenie od przyjętej wartości m_w),
- temperatura otoczenia.

Z powyższych czynników największy wpływ ma pierwszy. Przy kilku świetłówkach świecących obok siebie światło lamp sąsiednich może przenikać do lampy badanej powiększając jej luminancję. Podobnie i światło

oświetlenia ogólnego w pomieszczeniu (sztuczne lub dzienne), w którym przeprowadza się pomiary, może wpływać na zwiększenie luminancji powierzchni badanej lampy.

Dla ustalenia wielkości wpływu światła obcego na wartość luminancji badanej lampy przeprowadzono pomiary w układzie jak na rysunku 6. Lampa badana została oświetlona żarówką wzorcową o znanej światłości I_w z odległości r ($E = \frac{I_w}{r^2}$ [lx]). Wzrost luminancji wyniósł przy natężeniu oświetlenia $E = 1000$ lx około 1%, przy $E = 10\,000$ [lx] — około 8,4%. Uchyb spowodowany obcym światłem jest więc dość znaczny i przy do-



Rys. 6. Układ do zbadania wpływu światła obcego na luminancję powierzchni lampy fluorescencyjnej

kładniejszych pomiarach i dużych natężeniach oświetlenia (na przykład przy kilku lampach w oprawie lub na ramie trwałości) powinien być uwzględniony przy obliczeniu wyniku pomiaru. Jeżeli na przykład dwie lampy fluorescencyjne świecą obok siebie w odległości 60 mm (między powierzchniami zewnętrznymi, to jest 100 mm między osiami lamp), to natężenie oświetlenia na jednej lampie pochodzące od drugiej wyniesie około 2500 lx, co spowoduje wzrost luminancji oświetleniowej rury o około 2,5%.

Inne czynniki mają mniejszy wpływ na wyniki pomiaru i mogłyby być uwzględnione raczej tylko przy wymaganej większej dokładności pomiarów — a wtedy zwykle stosuje się inne metody samego pomiaru.

Konkludując należy ocenić nową metodę pomiaru strumienia świetlnego lamp fluorescencyjnych bez użycia lumenomierza, jako metodę poręczną i łatwą w realizacji, nadającą się dobrze do masowych pomiarów strumienia lamp fluorescencyjnych na ramie trwałości i przy badaniu opraw oświetleniowych. Metoda jest obarczona uchybem systematycznym wynikającym z przenikania do urządzenia pomiarowego obcego światła poprzez ścianki rury; uchyb ten jest pomijalny przy natężeniach oświetlenia na powierzchni rury wynoszących 1000—2000 lx (1—2%).

Zakład Techniki Świetlnej
Instytutu Elektrotechniki

ИЗМЕРЕНИЕ СВЕТОВОГО ПОТОКА ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ЛАМП БЕЗ УПОТРЕБЛЕНИЯ ИНТЕГРИРУЮЩЕГО ФОТОМЕТРА

Резюме

Контроль производства люминесцентных ламп и определение коэффициента полезного действия светильников этих ламп требуют измерения их светового потока.

Классический метод измерения при помощи интегрирующего (сферического) фотометра часто является хлопотливым и очень трудоемким, ибо питание люминесцентных ламп совершается посредством устройства ограничивающего рост тока протекающего через лампу. В виду того, что световой поток разряжаемых источников света зависит от характеристики употребленного в контуре лампы стабилизатора, при измерении светового потока интегрирующим фотометром необходимо включать этот стабилизатор в измерительный контур, с которым лампа обычно работает.

Так при совершении контрольных измерений потока люминесцентных ламп на рамах обжига, как и при измерениях световой отдачи светильников этих ламп, приходится перемещать соответствующие стабилизаторы из системы рамы обжига или из светильников в измерительный контур фотометра.

Описанный в труде метод измерения светового потока люминесцентных ламп без употребления интегрирующего фотометра разработанный автором труда разрешает несравненно просто и скоро измерить световой поток люминесцентной лампы без разборки ее контура.

Этот метод обоснован на известной зависимости светового потока люминесцентной лампы от ее силы света I_m в перпендикулярном направлении по отношению к ее продольной оси

$$\Phi = 9,24 I_m \text{ [лм]}$$

Новость этого метода заключается в измерении яркости L_s срединной части лампы вместо измерения силы света I_m .

Из дефиниции яркости люминесцентной лампы вытекает, что

$$I_m = L_s \cdot d \cdot l \text{ [св]}$$

где L_s — средняя величина яркости для целой поверхности сияющей лампы (в нитах) d — диаметр; l — длина (в метрах).

Размеры d и l — в общем постоянные для определенного типа лампы и легко измеримы. Задача сводится к определению средней яркости L_s поверхности лампы.

Для определения величины L_s произведено ряд измерений распределения яркости по всей длине лампы для различных типов и размеров люминесцентных ламп. Обозначая через L_s величину яркости срединной части лампы, можем ее вычислить при помощи приведенных в труде графиков и следующей формулы.

$$L_s = m \cdot L_z \text{ нитов.}$$

Величина коэффициента m для произведенных измерений следующая:
приблизительно 0,92 для трубок длиной в 1,2 м.

„ 0,87 „ „ „ „ 1,0 „

„ 0,83 „ „ „ „ 0,5 „

Измерение яркости L_s срединной части люминесцентной лампы можно легко совершить при помощи специально для этой цели сконструированного объективного яркомера (нитомера), которого схема постройки приведена на рис. 4.

Определяя постоянную прибора измерительной системы k при помощи фотометрической скамьи, получим измерительную установку для определения светового потока люминесцентной лампы из одного измерения L_s срединной части лампы на основании следующей зависимости

$$\Phi = C_0 \cdot a \text{ [лм]},$$

где a отклонение в штрихах шкалы измерителя яркомера $a = \frac{L_s}{k}$.

Яркость можно измерить путем приложения головки яркомера к светящей лампе на раме обжига, либо в светильнике без нужды выключения лампы и ее стабилизатора от нормального контура работы.

Влияние как рассеянного света, так и света происходящего от соседствующих ламп на величину измерения яркости ничтожное — около 1% на 1000 люксов освещенности на поверхности лампы.

Точность измерения оценивается на ок. 5%, что для практики освещения вполне достаточно.

MEASUREMENT OF THE LUMINOUS FLUX OF THE FLUORESCENT LAMPS WITHOUT THE USE OF THE INTEGRATING PHOTOMETER

Summary

For the production control requirements and determination of lighting fittings efficiency it is necessary to measure the luminous flux. The classical method of measurement with the aid of integrating (sphere) photometer is cumbersome and labour time consuming as the fluorescent lamp is supplied through the arrangement limiting the growth of the current flowing in the lamp. The luminous flux from the discharge lamps is depending on characteristics of the ballast used in the lamp circuit and therefore, for the measurement of the luminous flux with the aid of the integrating photometer a ballast should be included in the measuring circuit with which the lamp normally operates.

In order to carry the production control measurements of the fluorescent lamps flux on endurance frames or to the efficiency of lighting fittings the transplantation of the corresponding stabiliser from the endurance fram or fitting to the circuit of the measuring photometer is necessary.

The method of measuring of the luminous flux of the fluorescent lamps without the aid of the integrating photometer, as discribed in the paper, has been worked out by the author and it permits in a simple and rapid way to measure the luminous flux of the fluorescent lamp without disconnection of its circuit.

The method is based on the known dependence of the luminous flux of the fluorescent lamp on its luminous intensity I_m .

$$\Phi = 9,24 I_m \text{ [lm]},$$

as a result of the photometric body shape of the fluorescent lamp.

The novelty of the method consists in the measurement of the luminance L_s of the middle part of the lamp instead of measurement of the luminous intensity I_m .

From the definition of the luminance of the fluorescent lamp follows

$$I_m = L_s \cdot d \cdot l \text{ [cd]},$$

where

L_s — mean luminance of the shining lamp surface (in nits),

d — diameter,

l — length (in meters).

The dimensions d and l for the given type of lamps are generally constant.

Thus the problem mainly consists in the determination of the mean luminance L_s of the lamp surface.

To determine its value a series of measurements concerning the luminance distribution over the total length of the fluorescent lamps of different types and sizes have been carried out.

If L_s is a luminance value of the middle part of the lamp, then from the graphs produced in the paper the value of L_s may be calculated

$$L_s = m \cdot L_s.$$

The value of the coefficient m according to carried out measurements is:

approx. 0,9 for tubes of 1,2 m length,

„ 0,87 „ „ „ 1,0 „ „

„ 0,83 „ „ „ 0,5 „ „

The measurement of the luminance L_s of the middle part of the fluorescent lamp may be carried out with the aid of an objective brightnessmeter (nitometer) especially designed for this task (see its block diagram in fig. 4).

Through the determination of the constant k of the measuring lay out on the photometric bench we can get the measuring lay out for determination of luminous flux of the fluorescent lamp from one measurement of the luminance L_s of the middle part of the lamp according to the dependence

$$\Phi = C_0 \cdot a \text{ (lm)},$$

where $\left(a = \frac{L_s}{k}\right)$ is deviation in the scale dials of the nitometer.

The measurement of the luminance of the lamp may be performed by attachment of the nitometer head to the chining lamp on the endurance frame or to the lighting fitting without necessity of disconnection of the lamp or its ballast from the normal work circuit.

The influence of the dissipated light or that of adjacent lamps on the measured luminance value is negligible and the estimated error is of about 1% at 1000 lx of the illumination on the lamp surface.

The exactness of the measurement may be estimated by about 5% and for the lighting practice is quite sufficient.

621.313.33:621.3.015

W. KOŁEK, A. PUCHAŁA

Analiza stanów niesymetrycznych maszyny asynchronicznej

Rękopis dostarczono 7. 10. 1957 r.

Dla określenia parametrów maszyny asynchronicznej rozpatruje się działanie poszczególnych cewek uzwojenia maszyny symetrycznie zbudowanej i uzyskuje się związek między napięciem i prądem w poszczególnych fazach. Związek ten na przykład dla maszyny trójfazowej wyrażony jest w postaci macierzowego równania (11). Taka postać równania nasuwa możliwość interpretowania układów prądów i napięć maszyny jako wektorów w przestrzeni wektorowej. Z uwagi na zespolone współrzędne tych wektorów w rachubę wchodzi tutaj zastosowanie przestrzeni Hilberta.

W poszukiwaniu najprostszego postaci tego równania wektorowego zastosowano teorię zagadnień własnych. Uzyskane wektory własne dają bazy najprostszego układu współrzędnych. Dla przykładu zastosowano teorię zagadnień własnych dla symetrycznie zbudowanej maszyny trójfazowej, uzyskując bazę współrzędnych znanych jako składowe symetryczne. Podobnie uzyskano składowe symetryczne maszyny dwufazowej.

Zagadnienie własne zastosowane w najbardziej ogólnym przypadku maszyny o budowie niesymetrycznej prowadzi do uzyskania bazy najprostszego układu współrzędnych. Znana metoda składowych symetrycznych jest szczególnym przypadkiem zastosowania teorii zagadnień własnych do maszyny o budowie symetrycznej.

Postać zależności napięcia od prądów jako wektorowej funkcji oraz wynikające stąd praktyczne sposoby obliczania prądów i napięć maszyny pozwalają zdefiniować pojęcia symetrii zupełnej oraz symetrii wewnętrznej maszyny.

1. WSTĘP

Genialne koncepcje Tesli uzyskiwania pola wirującego stanowiły podstawę pod budowę oraz teorię maszyn bezkomutatorowych zwanych maszynami prądu zmiennego. Teoria maszyny tłumacząca współcześnie zjawiska odkrywane w doświadczeniach Tesli ograniczała się do przypadków maszyn symetrycznie zbudowanych i zasilanych. Z rozwojem techniki wzrasta różnorodność zastosowań maszyn, wzrasta liczba rodzajów budowy maszyn, układów połączeń, szczególnych przypadków pracy maszyn, zachodzi więc potrzeba obejmowania teorią coraz szerszego kręgu zagad-

nień. Odpowiednio do tego rozwój teorii maszyn idzie w kierunku stosowania bardziej abstrakcyjnych metod matematycznych pozwalających na coraz bardziej ogólne opisywanie zjawisk. Duże usługi oddaje tu posługiwanie się tworami geometrycznymi. Parametry maszyny będące pojęciami fizykalnymi można przedstawić jako twory geometryczne przestrzeni pod warunkiem, że metryka tej przestrzeni dopuszcza fizykalną interpretację operacji, zachowując ściśle odpowiedniość między prawami fizykalnymi maszyny a działaniami na tych tworach.

Niniejsza praca, stanowiąca zastosowanie metody algebry tensorów dla analizy stanów niesymetrycznych maszyny asynchronicznej, ilustruje, jak zastosowanie bardziej abstrakcyjnej metody matematycznej pozwala na objęcie teorią szerszego kompleksu zagadnień, które przy stosowaniu dotychczasowych metod nie mogły być jednolicie ujęte.

2. PARAMETRY MASZINY Z UZWOJENIEM SYMETRYCZNYM

Zakłada się maszynę m -fazową symetryczną. Uzwojenie jej stanowi m -jednakowych cewek (grup zezwojów) rozmieszczonych równomiernie w obrębie podwójnej podziałki biegunowej, a więc przesuniętych wzajemnie o kąt geometryczny $\frac{2\pi}{pm}$.

Rozpatrzmy działanie jednej z tych cewek przy zasilaniu jej prądem o sinusoidalnym przebiegu czasowym. Dla przejrzystości rozumowania założmy, że rozważamy cewkę pierwszą, której oś symetrii przechodzi przez początek układów współrzędnych (H, x) , gdzie H (oś rzędnych) oznacza natężenie pola magnetycznego w szczelinie, a x jest odcięta, przedstawiającą obwód wewnętrzny maszyny. Jeżeli zatem prąd płynący w cewce wyrazi się funkcją

$$i = I \sqrt{2} \cos \omega t$$

to natężenie pola magnetycznego $H(x, t)$ przedstawić można szeregiem

$$H(x, t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{Izq}{\delta} \cos \omega t \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \xi_{\nu} \sin \nu \frac{W}{\tau} \frac{\pi}{2} \cos \nu \frac{x\pi}{\tau},$$

gdzie

q oznacza liczbę zezwojów w cewce,

W — rozpiętość zezwojów, a

ξ_{ν} jest współczynnikiem grupy dla ν -tej harmonicznej przestrzennej.

Funkcję tę można również przedstawić w równoważnej postaci

$$H(x, t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Izq}{\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \xi_{\nu} \sin \nu \frac{W}{\tau} \frac{\pi}{2} \left[\cos \left(\omega t - \nu \frac{x\pi}{\tau} \right) + \cos \left(\omega t + \nu \frac{x\pi}{\tau} \right) \right].$$

Ta forma przedstawia nam natężenie pola magnetycznego jako superpozycję wirujących przeciwnie względem siebie sinusoidalnych SMM o różnych prędkościach i liczbach par biegunów. Ograniczmy nasze rozumowanie do przypadku pierwszej harmonicznej oraz do uzwojenia średnicowego $W = \tau$. Wtedy $H(x, t)$ wyrazi się

$$H(x, t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Izq}{\delta} \xi \left[\cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) + \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x \right) \right]. \quad (1)$$

Oznaczmy przez $\widehat{\Theta}_1$ — współbieżną SMM

$$\widehat{\Theta}_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} Izq \xi \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right), \quad (2)$$

a przez $\widehat{\Theta}_2$ SMM — przeciwbieżną

$$\widehat{\Theta}_2 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} Izq \xi \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x \right). \quad (3)$$

Założmy wirnik symetrycznie uzwojony wirujący w dodatnim kierunku z prędkością

$$\omega_m = (1 - s) \omega,$$

tak, że wspomniane poprzednio SMM-ne wirują względem uzwojenia wirnika z prędkościami

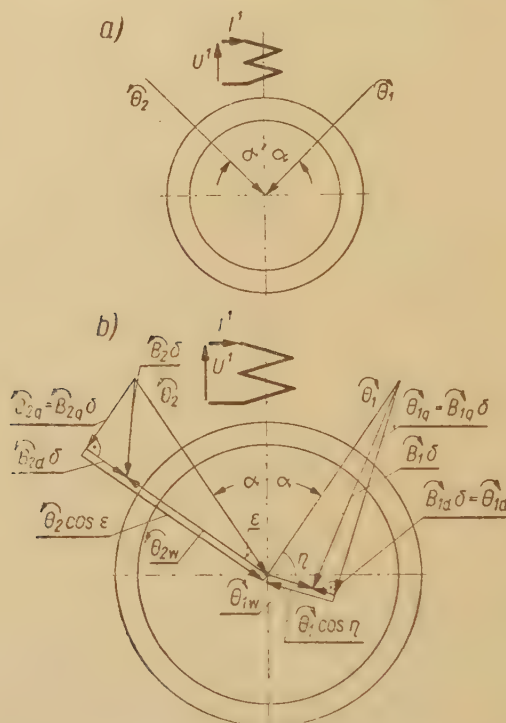
$$s\omega \quad \text{oraz} \quad (2 - s)\omega.$$

Stosując zasadę superpozycji można działanie tych SMM na uzwojenie rozpatrywać oddzielnie, zakładając, że w uzwojeniach tych płyną odpowiednie prądy indukowane o częstościach sf oraz $(2-s)f$. Wytworzone przez te prądy SMM (rozpatrujemy ich pierwsze harmoniczne) — współdziałają odpowiednio z SMM-nymi stojana, z którymi wirują synchronicznie, tworząc wypadkowe SMM-ne, określające wielkości strumieni wirujących. Wytworzone przez te strumienie SEM wirnika o częstotliwościach sf bądź $(2-s)f$ są przyczyną wspomnianych prądów płynących w uzwojeniu wirnika o tych samych częstotliwościach. Prądy te tworzą okłady prądowe wirujące synchronicznie z okładami stojana. Kąt geometryczny między okładem prądowym a strumieniem jest równocześnie kątem fazowym między indukowaną SEM i prądem. Ogólnie o wielkości tego kąta fazowego decydują wielkości indukcyjności, oporności czynnej oraz częstotliwość poślizgu. Na rysunku 1a przedstawiono SMM stojana w postaci dwóch wirujących SMM-nych, wirujących w przeciwnych kierunkach. Jak wynika z wyżej wyprowadzonego związku, wartości tych SMM są równe i zakreślają kąty względem osi symetrii równe.

Rysunek 1b przedstawia wzajemną konfigurację SMM stojana i wirnika obydwu kolejności. Przedstawione tutaj proporcje uwarunkowane są

parametrami: poślizgiem, napięciem oraz opornością czynną. Fizyczny sens tego związku można interpretować w sposób następujący:

obydwie równe SMM $\bar{\Theta}_1$ i $\bar{\Theta}_2$ muszą znosić wytwarzające się oddziaływanie wirnika, czyli SMM $\bar{\Theta}_{1w}$ i $\bar{\Theta}_{2w}$ oraz wytwarzać pola magnetyczne



Rys. 1a. Rozkład SMM-nej cewki na składowe współ- i przeciwbieżną

Rys. 1b. SMM-ne i indukcje w szczelinie pochodzące od jednej cewki

w szczelinie. Jeżeli oś układu położymy w kierunku osi oddziaływania SMM wirnika czyli $\bar{\Theta}_{1w}$ ($\bar{\Theta}_{2w}$ dla pola przeciwbieżnego) składowe pól wzdłuż tej osi będziemy nazywali składowymi wzdłużnymi (indeks d). SMM-ne prostopadłe do tych składowych nazywać będziemy poprzecznymi (indeks q).

Jeżeli zatem

$$\bar{\Theta}_1 = \Theta_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right),$$

$$\bar{\Theta}_2 = \Theta_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x \right),$$

wówczas powstałe pola w szczelinie wywołane tymi SMM wyrażają się

$$\widehat{B}_{1d} = \frac{\widehat{\Theta}_1 \cos \eta - \widehat{\Theta}_{1w}}{\delta} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta \right),$$

$$\widehat{B}_{1q} = \frac{\widehat{\Theta}_1 \sin \eta}{\delta} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta - \frac{\pi}{2} \right)$$

oraz analogicznie dla składowej przeciwbieżnej

$$\widehat{B}_{2d} = \frac{\widehat{\Theta}_2 \cos \varepsilon - \widehat{\Theta}_{2w}}{\delta} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon \right),$$

$$\widehat{B}_{2q} = \frac{\widehat{\Theta}_2 \sin \varepsilon}{\delta} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon - \frac{\pi}{2} \right),$$

zatem współbieżne pole wyraża się

$$\begin{aligned} \widehat{B}_1 &= \frac{\widehat{\Theta}_1 \cos \eta - \widehat{\Theta}_{1w}}{\delta} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta \right) + \widehat{\Theta}_1 \frac{\sin \eta}{\delta} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta \right) = \\ &= \widehat{B}_{1m} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta + \gamma_1 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

przy czym

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma_1 &= \frac{\widehat{\Theta}_1 \sin \eta}{\sqrt{\widehat{\Theta}_1^2 - 2\widehat{\Theta}_1\widehat{\Theta}_{1w} \cos \eta + \widehat{\Theta}_{1w}^2}} \\ \sin \gamma_1 &= \frac{\widehat{\Theta}_1 \cos \eta - \widehat{\Theta}_{1w}}{\sqrt{\widehat{\Theta}_1^2 - 2\widehat{\Theta}_1\widehat{\Theta}_{1w} \cos \eta + \widehat{\Theta}_{1w}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

zaś

$$\widehat{B}_{1m} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\widehat{\Theta}_1^2 - 2\widehat{\Theta}_1\widehat{\Theta}_{1w} \cos \eta + \widehat{\Theta}_{1w}^2}.$$

Dla pola przeciwbieżnego wielkości te wyrażają się

$$\begin{aligned} \widehat{B}_2 &= \frac{\widehat{\Theta}_2 \cos \varepsilon - \widehat{\Theta}_{2w}}{\delta} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon \right) + \frac{\widehat{\Theta}_2 \sin \varepsilon}{\delta} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon \right) = \\ &= \widehat{B}_{2m} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon + \gamma_2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma_2 &= \frac{\widehat{\Theta}_2 \sin \varepsilon}{\sqrt{\widehat{\Theta}_2^2 - 2\widehat{\Theta}_2\widehat{\Theta}_{2w} \cos \varepsilon + \widehat{\Theta}_{2w}^2}} \\ \sin \gamma_2 &= \frac{\widehat{\Theta}_2 \cos \varepsilon - \widehat{\Theta}_{2w}}{\sqrt{\widehat{\Theta}_2^2 - 2\widehat{\Theta}_2\widehat{\Theta}_{2w} \cos \varepsilon + \widehat{\Theta}_{2w}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

amplituda tego pola wynosi

$$\widehat{B}_{2m} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\widehat{\Theta}_2^2 - 2\widehat{\Theta}_2\widehat{\Theta}_{2w} \cos \varepsilon + \widehat{\Theta}_{2w}^2}. \quad (8)$$

Analizując powyższe równania widzimy, że dla danego przebiegu i wielkości prądu, wirujące SMM stojana pozostają sztywne, natomiast w zależności od wielkości współczynnika rozproszenia wirnika, poślizgu i oporu czynnego wielkości i kąty poszczególnych składowych pól będą różne.

Dla przykładu rozpatrzmy przypadek, gdy $s \approx 0$, wtedy $\eta \approx 90^\circ$ a zatem $\widehat{B}_{1d} \approx 0$ gdyż $\widehat{\Theta}_{1w} \approx 0$. Natomiast $\widehat{B} \approx B_{1q}$.

Dla pola przeciwnie wirującego relacje te przedstawiają się inaczej, ponieważ przy $(2-s)f$, gdy $s \approx 0$ — kąt ε będzie znacznie mniejszy na skutek dużej częstotliwości w obwodzie wirnika. Zatem \widehat{B}_{2q} będzie bardzo mała, indukcja \widehat{B}_{2d} jest praktycznie bliska \widehat{B}_2 — jest ona ponadto tym mniejsza im mniejsza jest oporność wirnika — praktycznie im mniejszy jest L_s wirnika.

Porównując teraz indukcję w szczelinie dla pola przeciwbieżnego z indukcją pola współbieżnego widzimy, że dla omawianego przykładu $s \approx 0$ strumień współbieżny jest znacznie większy od strumienia przeciwbieżnego. W granicznym przypadku $s=0$,

$$\widehat{\Theta}_{1d} = 0, \quad \widehat{B}_1 = \frac{\widehat{\Theta}_1}{\delta},$$



Rys. 2. Oznaczenie cewek stojana dla przyjętego kierunku wirowania

natomiast dla pola przeciwbieżnego \widehat{B}_2 powstaje jedynie w wyniku różnicy SMM stojana i wirnika o bliskich sobie wartościach i działających prawie w tej samej osi. Na podstawie powyżej wyprowadzonych związków możemy obliczyć wpływ rozpatrywanej cewki na pozostałe. Dla jasności obrazu przeprowadzimy obliczenia dla obydwu sąsiadujących cewek, czyli dla cewki drugiej oraz m -tej (rys. 2).

Założmy ponadto, że wirnik kręci się zgodnie z numeracją cewek. Strumień pochodzący z cewki pierwszej, a objęty przez cewkę drugą oznaczamy przez Φ_1^2 , analogiczne oznaczenie dotyczy strumienia Φ_1^m . Z wyżej wymienionych związków strumień Φ_1^2 wynosi

$$\begin{aligned}
 \Phi_1^2 &= l \int_{\frac{2\tau}{m} - \frac{\tau}{2}}^{\frac{2\tau}{m} + \frac{\tau}{2}} \left[\bar{B}_{1m} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \eta + \gamma_1 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \bar{B}_{2m} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x + \varepsilon + \gamma_2 \right) \right] dx = \\
 &= \frac{2}{\pi} \tau l \bar{B}_{1m} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m} + \eta + \gamma_1 \right) + \frac{2}{\pi} \tau l \bar{B}_{2m} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m} + \varepsilon + \gamma_2 \right) = \\
 &= \bar{\Phi}_1 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m} + \eta + \gamma_1 \right) + \bar{\Phi}_2 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m} + \varepsilon + \gamma_2 \right)
 \end{aligned}$$

analogicznie Φ_1^m wynosi $\Phi_1^m = \bar{\Phi}_1 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m} + \eta + \gamma_1 \right) + \bar{\Phi}_2 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m} + \varepsilon + \gamma_2 \right)$.

Porównując otrzymane ze wzoru amplitudy obydwu strumieni

$$\begin{aligned}
 |\Phi_1^2| &= \sqrt{(\bar{\Phi}_1)^2 + 2\bar{\Phi}_1\bar{\Phi}_2 \cos \left(\eta + \gamma_1 - \varepsilon - \gamma_2 - \frac{4\pi}{m} \right) + (\bar{\Phi}_2)^2} \\
 |\Phi_1^m| &= \sqrt{(\bar{\Phi}_1)^2 + 2\bar{\Phi}_1\bar{\Phi}_2 \cos \left(\eta + \gamma_1 - \varepsilon - \gamma_2 + \frac{4\pi}{m} \right) + (\bar{\Phi}_2)^2}
 \end{aligned}$$

widzimy, że ogólnie

$$|\Phi_1^2| \neq |\Phi_1^m|,$$

gdy

$$\eta + \gamma_1 - \varepsilon - \gamma_2 \neq k\pi$$

$$\text{dla } k=0,1,2,\dots$$

wypadek taki nie zachodzi dla zwarcia.

Oznaczmy przez

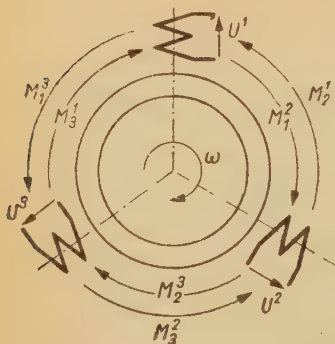
$$z\xi\Phi_1^2 = M_{11}^2 i^1; \quad z\xi\Phi_1^m = M_{11}^m i^1.$$

Jak wykazują ostatnie relacje, współczynniki indukcji wzajemnej nie zależą wyłącznie od konfiguracji geometrycznej sprzężonych obwodów, lecz są różne dla cewek symetrycznie położonych i zmieniają się z poślizgiem.

Jak wynika z tych rozumowań współczynnik indukcji wzajemnej $M_i^{i+\Delta}$ — gdzie cewka $i+\Delta$ leży w kierunku wirowania, ma różną wartość od współczynnika dla cewki symetrycznie lecz w przeciwnym kierunku do obrotów leżącej $M_i^{i-\Delta}$.

Określone poprzednio wartości współczynników indukcji wzajemnej dla

poszczególnych cewek stojana pozwolą obecnie ustalić zależność między napięciami i prądami tych faz. W szczególności dla przykładu określimy te związki dla maszyny trójfazowej symetrycznej (rys. 3)



Rys. 3. Cewki stojana maszyny trójfazowej i ich współczynniki indukcyjności wzajemnej

W maszynie tej stwierdzamy związki

$$M_1^2 = M_2^3 = M_3^1 = M_1, \quad (9)$$

$$M_1^3 = M_2^1 = M_3^2 = M_2. \quad (10)$$

Zatem równania maszyny przyjmą postać

$$U^1 = (R_1^1 + j\omega L_1^1) I^1 + j\omega M_2^1 I^2 + j\omega M_3^1 I^3,$$

$$U^2 = j\omega M_1^2 I^1 + (R_2^2 + j\omega L_2^2) I^2 + j\omega M_3^2 I^3,$$

$$U^3 = j\omega M_1^3 I^1 + j\omega M_2^3 I^2 + (R_3^3 + j\omega L_3^3) I^3.$$

a w formie macierzowej

$$\begin{pmatrix} U^1 \\ U^2 \\ U^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1^1 + j\omega L_1^1 & j\omega M_2^1 & j\omega M_3^1 \\ j\omega M_1^2 & R_2^2 + j\omega L_2^2 & j\omega M_3^2 \\ j\omega M_1^3 & j\omega M_2^3 & R_3^3 + j\omega L_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I^1 \\ I^2 \\ I^3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

3. ZALEŻNOŚĆ NAPIĘCIA OD PRĄDU JAKO FUNKCJA WEKTOROWA

Postać związku (11) prowadzi nas do zbadania możliwości interpretowania go jako funkcji wektorowej. Jeżeli założymy, że U oraz I są wektorami (istnienie tych wektorów wykazane będzie poniżej) musimy uwzględnić, że współrzędne tych wektorów przedstawione są liczbami zespolonymi. Osie układu odniesienia, wzdłuż których odnosimy poszczególne współrzędne wektorów, muszą być dwuwymiarowymi płaszczyznami Gaussa.

3.1. Własności i metryka przestrzeni wektorów U, I

Szczegółowe zbadanie postulatów, jakie spełniać muszą wektory napięcia i prądu wskazują, że obszarem istnienia tych wektorów jest przestrzeń Hilberta m -wymiarowa. Wprowadźmy w tej przestrzeni m -wymiarowy Kartezjański układ odniesienia. Wektory jednostkowe oznaczamy przez 1_k a dla bazy odwrotnej przez 1^k (tutaj są one identyczne). Wektor I lub U tworzymy za pomocą jego zespolonych kontrawariantnych współrzędnych

$$I = 1_k I^k$$

gdzie $k = 1, 2, 3, \dots, m$

Obszar istnienia przestrzeni Hilberta charakteryzują poniższe definicje i związki:

- 1) Związek między współrzednymi kowariantnymi I_k a kontrawariantnymi wyraża się

$$I_k = \check{I}^k \quad \vee \text{ oznacza sprzężoną wartość}$$

zatem

$$\dot{I} = 1^k I_k \quad \text{oznaczony kropką wektor nazywamy kowariantnym;}$$

- 2) Iloczyn wektora I przez liczbę zespoloną S rozumiemy jako wektor W

$$W = SI = 1_k SI^k = 1_k I^k S = IS,$$

a jego kowariantna wielkość wyniesie

$$\check{W} = \check{S}\dot{I} = 1^k SI_k = 1^k I_k \check{S} = \dot{I}\check{S};$$

- 3) Niezmiennik iloczynowy wektorów I i U oznaczamy przez $(I; U)$, określamy go jako iloczyn skalarny kowariantnego wektora I przez kontrawariantny U

$$\text{zatem} \quad (I; U) \equiv (\dot{I}U) = (U\dot{I}) = (1^k I_k 1_i U^i) = \delta_i^k I_k U^i = I_k U^k$$

analogicznie oznacza

$$(U; I) \equiv (\dot{U}I) = (I\dot{U}) = (1^i U_i 1_k I^k) = \delta_k^i U_i I^k = U_k I^k$$

widać stąd, że niezmiennik iloczynowy nie jest na ogół przemienne. Wyjątkami są przypadki gdy obydwaj wektory są równe np.

$$(I; I) = (\dot{I}I) = (I\dot{I}) = I^i I_i$$

ten niezmiennik iloczynowy oznaczamy jako normę i obliczamy z niego moduł wektorów w myśl wzorów $|I| = +\sqrt{(\dot{I}I)}$.

Drugim przypadkiem jest znikanie obydwu niezmienników iloczynowych $(I; U)$ oraz $(U; I) = 0$; jest to przypadek prostopadłości obydwu wektorów.

- 4) Załóżmy, że dany jest wektor $r = 1_i r^i$. Wówczas rzutem wektora zespolonego I na wektor r nazywamy współrzedną

$$I_r = (r; I) = (\dot{r}I) = \delta_i^k r_i I^k = (I\dot{r}) = (\dot{I}; \dot{r}).$$

Jeżeli poszukujemy współrzednej kowariantnej rzutu wektora \dot{I} na wektor \dot{r} , to

$$I_r = (\dot{r}; \dot{I}) = (\tau\dot{I}) = r^i I_i = (\dot{I}r) = (I; r)$$

jak wynika z obydwu równości

$$I_r = \check{I}_r \quad \text{oraz} \quad I_r = \check{I}^r.$$

- 5) Wektory zespolone zmiennej rzeczywistej t przedstawiające funkcje okresowe przedstawiamy w formie

$$I = 1_k I^k = 1_k i^k e^{-j\omega_k t},$$

gdzie j oznacza tutaj $\sqrt{-1}$,

wektor i^k przedstawia nam zespoloną amplitudę współrzędnej wektora wzdłuż osi k (przebiegi składowe o częstotliwości f_k).

- 6) W przestrzeni rozważanej zachodzi nierówność Schwarza w postaci

$$|(I; U)| = |(U; I)| \leq |I| |U|;$$

dowód pomijamy [2].

- 7) Załóżmy układ m -ortogonalnych względem siebie zespolonych wektorów jednostkowych e_i ; przy czym $e^i = e_i$, tworzących bazę nowego układu odniesienia.

Ponieważ rzut wektora I na wektor e_i i rzut wektora e_i na I wyrażają się odpowiednio $(e_i; I)$ i $(I; e_i)$, zatem kąt zawarty między obydwoma wektorami można wyznaczyć z

$$\cos^2(e_i, I) = \cos^2(I, e_i) = \frac{(e_i; I)(I; e_i)}{(I; I)}.$$

Założmy istnienie nowego układu odniesienia, którego bazę stanowią wektory e'_i , przy czym

$$e'_k = e_i e_k^i \quad \text{oraz} \quad e^{k'} = e^i e_i^k.$$

Stwierdzamy następujące tożsamości

$$(e_i; e'_k) = (e^i e_k^i) = e'_k \quad \text{oraz} \quad (e^i; e^{k'}) = (e_i e_i^k) = e_i^k,$$

a stąd

$$e'_k = e_i (e^i e_k^i) = \sum_i e_i (e_i; e'_k); \quad e^{k'} = e^i (e_i e_i^k) = e^i (e'_k; e_i).$$

W myśl powyższego po podstawieniu otrzymamy

$$\cos^2(i, k') = (e_i; e'_k) (e'_k; e_i),$$

z czego wynika relacja

$$(e'_k; e'_k) = \sum_i \delta_i^j (e_i; e'_k) (e'_k; e_j) = \sum_i \cos^2(i, k') = 1,$$

co stanowi rozszerzenie i uogólnienie własności rzeczywistych, kartezjańskich układów odniesienia w przestrzeni Euklida.

Określony powyższą metryką obszar istnienia wektorów o współrzędnych zespolonych oraz utworzonych przez nie tensorów nazywamy przestrzenią Hilberta. Ograniczamy się do rozpatrywania tutaj skończonej ilości wymiarów, podczas gdy przestrzeń Hilberta rozciąga się na nieskończoną ilość wymiarów.

3.2. Operator liniowy impedancji Z

Utworzenie wektorów prądów i napięć nasuwa nam potrzebę bliższego zbadania macierzy Z . Macierz Z utworzona jest przez m^2 współrzędnych, które przy przechodzeniu układu odniesienia z bazy e_i w bazę e'_i przekształcają się w myśl prawa

$$Z_i^k = \frac{\partial x^k}{\partial x^{i'}} \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial \bar{x}_m} Z_m^{i'}, \quad (12)$$

przy czym

$$\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial \bar{x}_m} = \bar{e}_i^m; \quad \frac{\partial x^k}{\partial x^{i'}} = e_i^k, \quad (13)$$

gdzie x^k, x^l są odpowiednio współrzędnymi kontrawariantnymi starego i nowego układu, a \bar{x}_i oraz \bar{x}_m kowariantnymi współrzędnymi bazy odwrotnej.

Twory o analogicznych cechach dla współrzędnych rzeczywistych nazywamy tensorami (w szczególności jest to tensor o mieszanych współrzędnych); w przestrzeni Hilberta noszą one nazwę operatorów liniowych. Posługując się niżej wyprowadzonymi pojęciami oraz stosując odpowiednie transformacje układu odniesienia mamy możliwość upraszczania zależności napięć od prądów. Przedstawiona równaniem (11) zależność ma postać skomplikowaną, gdyż napięcie każdej fazy zależy od prądu we wszystkich pozostałych fazach, przy czym poszczególne współrzędne operatora liniowego zależą w sposób skomplikowany od prędkości obrotowej wirnika.

Gdybyśmy na przykład z trzech danych napięć fazowych chcieli obliczyć odpowiednie prądy fazowe, to musielibyśmy rozwiązać układ trzech równań o trzech niewiadomych, obliczywszy uprzednio 5 współczynników tego układu (w przypadku maszyny o symetrycznym sprzężeniu). Ta równoczesna zależność każdego z prądów od wszystkich napięć czyni interpretację fizyczną i przewidywanie wpływu różnych parametrów na własności ruchowe maszyny bardzo trudnymi.

4. ZAGADNIENIE WŁASNE

4.1. Transformacje układu współrzędnych

Przekształcenie operatora do postaci macierzy przekątnej. Własności tensorowe powyższego związku pozwalają przewidzieć możliwość uproszczenia powyższych związków przez zastosowanie odpowiedniej transformacji układu współrzędnych. Najprostszą postać otrzymamy, jeżeli operator Z przyjmie postać macierzy przekątnej. Układ trzech równań o trzech niewiadomych da się wtedy zastąpić trzema niezależnymi równaniami o postaci

$$U^i = \delta_i^k Z_k^i I^k,$$

gdzie

$$\delta_i^k = 1 \quad \text{dla} \quad i = k,$$

$$\delta_i^k = 0 \quad \text{dla} \quad i \neq k.$$

Taka forma zależności napięcia od prądu pozwala na łatwą interpretację współczynników z praktyczną możliwością ich pomiaru oraz w przejrzysty sposób obrazuje wpływ poszczególnych składowych napięcia na odpowiednie składowe prądu. Będzie ona zarazem najprostszą formą zależności prądu maszyny, rozumianego jako wektor, od napięcia maszyny (również wektora).

Nasz związek w interpretacji geometrycznej jest przekształceniem wektora oryginału I na wektor obraz U . Postulatowi przekształcenia operatora do postaci macierzy przekątnej odpowiada postulat, aby wektor oryginał I mógł być przekształcony w wektor obraz U równoległy.

Przyjmijmy, że taki wektor istnieje i oznaczmy go przez I^* . Postulat nasz wyrażony matematycznie sprowadza się do warunków

$$U^{i*} = Z_k^i I^{k*}$$

oraz

$$U^{i*} = \lambda \delta_k^i I^{k*},$$

co sprowadzi się do warunku

$$(Z_k^i - \lambda \delta_k^i) I^{k*} = 0. \quad (14)$$

Przedstawiony explicite w formie równań sprowadza się ten warunek do postaci

$$\begin{aligned} (Z_1^1 - \lambda) I^{1*} + j\omega M_2^1 I^{2*} + j\omega M_3^1 I^{3*} &= 0, \\ j\omega M_1^2 I^{1*} + (Z_2^2 - \lambda) I^{2*} + j\omega M_3^2 I^{3*} &= 0, \\ j\omega M_1^3 I^{1*} + j\omega M_2^3 I^{2*} + (Z_3^3 - \lambda) I^{3*} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Powyższy układ równań posiada dwie możliwości rozwiązania w zależności od tego czy wyznacznik

$$D = \begin{vmatrix} Z_1^1 - \lambda & j\omega M_2^1 & j\omega M_3^1 \\ j\omega M_1^2 & Z_2^2 - \lambda & j\omega M_3^2 \\ j\omega M_1^3 & j\omega M_2^3 & Z_3^3 - \lambda \end{vmatrix}$$

jest różny od zera lub równy zeru.

Odrzucając pierwszy przypadek $D \neq 0$, który daje rozwiązanie trywialne $I=0$ rozpatrujemy przypadek

$$D = 0,$$

co prowadzi do równania o postaci

$$\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0, \quad (16)$$

posiadającego trzy współczynniki, które w ogólnym przypadku są różne. Interpretacja fizykalna pierwiastków wielokrotnych będzie zawarta w osobnej publikacji.

Pierwiastki te są wartościami własnymi naszego przekształcenia. Po-
wyższy postulat prowadzący do wyznaczenia wartości własnych stanowi
rozwiązanie zagadnienia własnego. Dla rozpatrywanego przypadku otrzy-
mamy trzy wartości własne $\lambda_1^1, \lambda_2^2, \lambda_3^3$, które wyznaczają trzy pary wekto-
rów odpowiadających sobie oryginałów I^* oraz ich obrazów U^* , spełniają-
cych zagadnienie własne. Te wektory oryginały nazywamy wektorami
własnymi. Normując te wektory na normę jednostkową, to znaczy pod-
dając je warunkowi

$$1 = \sqrt{(II)}$$

otrzymujemy bazę nowego układu współrzędnych, który nazywamy ukła-
dem własnym.

Dowolny wektor, należący do rozpatrywanego zbioru wektorów orygi-
nałów możemy teraz wyrazić we współrzędnych układu własnego poprzez
rzutowanie tego wektora na wektory własne — osie własne. Dokonujący
tego procesu operator w przestrzeni Hilberta nosi nazwę projektora P .

Operator ten skraca wektor I do wartości rzutu $(r I)$ i rzuca go w kie-
runku r . Oznaczmy tak powstały wektor przez S , zatem

$$S = PI = r(r; I) = r(\check{r}I)$$

współrzędne S wyrażają się przez

$$S^i = r^i (r_k I^k),$$

stąd

$$P_k^i = r^i r_k = \check{r}_i \check{r}^k = \check{r}^k \check{r}_i = \check{P}_i^k,$$

co wskazuje na Hermitowski charakter tego operatora.

Jeżeli wektor I przedstawimy w układzie własnym, otrzymamy
współrzędne $I' = P_k^i I^k$ (współrzędne w układzie własnym wyróżniamy
znacznikiem ').

W tym układzie dla dowolnego wektora związek

$$U^l = Z_m^l I^m$$

przyjmie postać

$$U^l = \lambda_i^l P_k^i I^k = \lambda_i^l I^{i'} \quad \lambda_i^l = 0 \text{ dla } i \neq l.$$

Powracając do przykładu dla maszyny trójfazowej i zakładając dla
prostoty

$$Z_1^1 = Z_2^2 = Z_3^3 = \hat{Z} \quad \text{gdzie} \quad Z_i^i = R_i^i + j\omega L_i^i$$

otrzymujemy równanie sekularne o postaci

$$0 = (\hat{Z} - \lambda)^3 + 3(\hat{Z} - \lambda)\omega^2 M_1 M_2 - j\omega^3 [(M_1)^3 + (M_2)^3]. \quad (17)$$

Pierwiastki tego równania wynoszą

$$\begin{aligned}\lambda_1^1 &= \hat{Z} + j\omega M_1^2 + j\omega M_2^1 = \hat{Z} + j\omega M_1 + j\omega M_2, \\ \lambda_2^2 &= \hat{Z} + j\omega M_1^2 a + j\omega M_2^1 a^2 = \hat{Z} + j\omega M_1 a + j\omega M_2 a^2, \\ \lambda_3^3 &= \hat{Z} + j\omega M_1^2 a^2 + j\omega M_2^1 a = \hat{Z} + j\omega M_1 a^2 + j\omega M_2 a,\end{aligned}$$

gdzie $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

W równaniach tych wstawiamy za

$$M_2^1 = M_3^2 = M_1^3 = M_2$$

oraz

$$M_1^2 = M_2^3 = M_3^1 = M_1.$$

Podstawiając w miejsce λ w równaniu (15) pierwszą z otrzymanych wartości własnych otrzymujemy

$$\begin{aligned}j\omega M_2 I^{2*} + j\omega M_1 I^{3*} &= j\omega (M_1 + M_2) I^{1*}, \\ -j\omega (M_1 + M_2) I^{2*} + j\omega M_2 I^{3*} &= -j\omega M_1 I^{1*},\end{aligned}$$

z których po uproszczeniu otrzymujemy

$$\begin{aligned}[M_1 M_2 + (M_1 + M_2) M_1] I^{2*} &= [M_1 M_2 + M_2 (M_1 + M_2)] I^{1*} \\ I^{2*} &= I^{1*} \quad \text{ i } \quad I^{3*} = I^{1*}.\end{aligned}$$

Współrzędne pierwszego wektora własnego tworzą następujące relacje

$$\frac{I^{2*}}{I^{1*}} = 1,$$

$$\frac{I^{3*}}{I^{1*}} = 1.$$

Analogicznie podstawiając wartości λ_2^2 otrzymamy współrzędne drugiego wektora własnego

$$\frac{I^{2*}}{I^{1*}} = a^2, \quad \frac{I^{3*}}{I^{1*}} = a,$$

oraz dla λ_3^3

$$\frac{I^{2*}}{I^{1*}} = a, \quad \frac{I^{3*}}{I^{1*}} = a^2.$$

Jeżeli założymy, że współrzędna $I^{1*} = c$, gdzie c jest liczbą zespoloną, to wektory własne prądu będą się przedstawiać

$$I_{(1)}^* = I_1 c + I_2 c + I_3 c,$$

$$I_{(2)}^* = I_1 c + I_2 a^2 c + I_3 a c,$$

$$I_{(3)}^* = I_1 c + I_2 a c + I_3 a^2 c,$$

przy czym i oznacza wektory jednostkowe w wyjściowym układzie odniesienia, a znaczek w nawiasie wskazuje na numer wektora własnego. Dla otrzymania jednostkowych wektorów układu własnego normujemy te wektory na normę jednostkową, czyli zażądamy spełnienia warunku

$$\sqrt{I^* I} = 1,$$

to otrzymamy dla $I_{(1)}^*$

$$|c| \sqrt{1+1+1} = 1,$$

dla $I_{(2)}^*$

$$|c| \sqrt{1+a^2a+aa^2} = 1$$

oraz dla $I_{(3)}^*$

$$|c| \sqrt{1+aa^2+a^2a} = 1,$$

skąd wynika, że $|c| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Przyjmując $c = \frac{1}{\sqrt{3}}$ otrzymuje się współrzędne wektorów własnych jednostkowych dla

$$I_{(1)}^{1*} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad I_{(1)}^{2*} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad I_{(1)}^{3*} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$I_{(2)}^{1*} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad I_{(2)}^{2*} = \frac{a^2}{\sqrt{3}}, \quad I_{(2)}^{3*} = \frac{a}{\sqrt{3}},$$

$$I_{(3)}^{1*} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad I_{(3)}^{2*} = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad I_{(3)}^{3*} = \frac{a^2}{\sqrt{3}}.$$

Układ tak określonej bazy przedstawiamy wektorami $I_{(1)}^*$, $I_{(2)}^*$, $I_{(3)}^*$.

W myśl poprzedniej definicji projektora P możemy napisać jego współrzędne w postaci macierzy

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix}$$

(zauważmy, że wartości sprzężone wektorów jednostkowych w przestrzeni Hilberta odpowiadają cosinusom kierunkowym w przestrzeniach rzeczywistych).

Zatem współrzędne dowolnego wektora w układzie własnym wyrażają się

$$\begin{pmatrix} I' \\ I' \\ I' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I^1 \\ I^2 \\ I^3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

współrzędne wektora napięcia w myśl wyżej wyprowadzonego związku w układzie własnym można przedstawić

$$U^{i'} = \delta_i^k \lambda_k^i I^{k'};$$

współrzędne wektora U oczywiście podlegają temu samemu przekształceniu, które w formie macierzowej wyrazi się

$$\begin{pmatrix} U^{1'} \\ U^{2'} \\ U^{3'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^1 \\ U^2 \\ U^3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Powyższy związek możemy przedstawić w postaci

$$W^{i'} = \bar{e}_m^i W^m.$$

Podczas transformacji układów współrzędne wektora przekształcają się w myśl powyższego prawa.

Ponieważ

$$\bar{e}_m^i e_i^k = \delta_m^k,$$

zatem

$$W^k = e_i^k W^{i'}.$$

Uwzględniając metrykę Hilberta widzimy, że I^k są współrzędnymi wektora.

Aby udowodnić że Z jest operatorem liniowym wystarczy napisać

$$U^k = Z_i^k I^i,$$

$$U^{l'} = Z_m^{l'} I^{m'},$$

ponieważ

$$I^{m'} = \bar{e}_i^m I^i,$$

$$U^{l'} = \bar{e}_s^l U^s,$$

zatem

$$\bar{e}_s^l U^s = Z_m^{l'} \bar{e}_i^m I^i / e_i^k,$$

$$U^k = \delta_s^k U^s = e_i^k \bar{e}_i^m Z_m^{l'} I^i,$$

ponieważ

$$U^k = Z_i^k I^i,$$

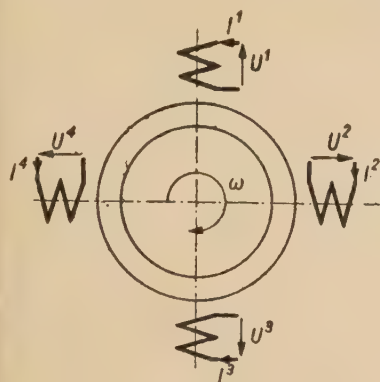
zatem

$$Z_i^k = e_i^k \bar{e}_i^m Z_m^{l'}.$$

Wyprowadzenie powyższych związków stanowi dowód, że macierz Z jest operatorem liniowym — zgodnie z jego definicją podaną równaniem (12). Można udowodnić, że przekształcenie powyższe jest elementem grupy obrotów.

4.2. Przykład rozwiązania zagadnienia własnego dla maszyny dwufazowej

Jako dodatkowy przykład podajemy rozwiązanie dla maszyny dwufazowej. Jeżeli wyjdziemy ze schematu symetrycznej maszyny czterofazowej (rys. 4) to równania tej maszyny przyjmą postać



$$\begin{aligned} Z_1 I^1 + j\omega M_2^1 I^2 + j\omega M_3^1 I^3 + j\omega M_4^1 I^4 &= U^1, \\ j\omega M_1^2 I^1 + Z_2 I^2 + j\omega M_3^2 I^3 + j\omega M_4^2 I^4 &= U^2, \end{aligned} \quad (20)$$

$$j\omega M_1^3 I^1 + j\omega M_2^3 I^2 + Z_3 I^3 + j\omega M_4^3 I^4 = U^3,$$

$$j\omega M_1^4 I^1 + j\omega M_2^4 I^2 + j\omega M_3^4 I^3 + Z_4 I^4 = U^4.$$

Uwzględniając symetrię wewnętrzną (pojęcie „symetrii wewnętrznej” objaśniono w rozdz. 5) maszyny otrzymujemy dodatkowo

$$M_1^2 = M_2^3 = M_3^4 = M_4^1 = M_1$$

Rys. 4. Schemat maszyny czterofazowej oraz $M_2^1 = M_3^2 = M_4^3 = M_1^4 = M_2,$

$$M_3^1 = M_1^3 = M_2^4 = M_4^2 = M_3.$$

Przechodzimy na maszynę dwufazową zakładając że

$$I^1 = I^3 \quad \text{i} \quad I^2 = I^4.$$

Ponadto założymy, że $Z_i^i = \hat{Z}$.

Równania przyjmą zatem postać

$$(\hat{Z} - j\omega M_3) I^1 + j\omega (M_2 - M_1) I^2 = U^1,$$

$$j\omega (M_1 - M_2) I^1 + (\hat{Z} - j\omega M_3) I^2 = U^2,$$

jeżeli założymy

$$(\hat{Z} - j\omega M_3) = \hat{Z}_z$$

otrzymamy układ równań

$$\hat{Z}_z I^1 + j\omega (M_2 - M_1) I^2 = U^1,$$

$$j\omega (M_1 - M_2) I^1 + Z_z I^2 = U^2.$$

(21)

Obliczając wartości własne otrzymujemy

$$D = \begin{vmatrix} Z_z - \lambda & j\omega (M_2 - M_1) \\ -j\omega (M_2 - M_1) & Z_z - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$(Z_z - \lambda)^2 - \omega^2 (M_2 - M_1)^2 = 0,$$

$$Z_z - \lambda = \pm \sqrt{\omega^2 (M_2 - M_1)^2},$$

$$\lambda_1 = Z_z - \omega (M_2 - M_1),$$

$$\lambda_2 = Z_z + \omega (M_2 - M_1).$$

Obliczając wektory własne $I_{(1)}^*$ oraz $I_{(2)}^*$ otrzymamy

$$j\omega(M_2 - M_1)I_{(2)}^* = -\omega(M_2 - M_1)I_{(1)}^*,$$

$$\frac{I_{(1)}^{2*}}{I_{(1)}^{1*}} = j \quad \text{ i } \quad \frac{I_{(2)}^{2*}}{I_{(2)}^{1*}} = -j.$$

Normując je na moduł $|I_{(1)}^*| = 1$; $|I_{(2)}^*| = 1$ otrzymamy

$$|c|\sqrt{1+1} = 1$$

oraz

$$|c|\sqrt{1+j(-j)} = 1$$

$$|c| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{zakładamy zatem} \quad c = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Wektory własne

$$I_{(1)}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}; \quad I_{(2)}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}.$$

Współrzędne projektora

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \end{pmatrix}$$

zatem

$$\begin{pmatrix} \widehat{I}^{1'} \\ \widehat{I}^{2'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I^1 \\ I^2 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} \widehat{U}^{1'} \\ \widehat{U}^{2'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_1^1 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{I}^{1'} \\ \widehat{I}^{2'} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

W ten sposób w wyniku zastosowania teorii zagadnień własnych do maszyny dwufazowej — interpretowanej jako czterofazowa maszyna symetryczna — otrzymaliśmy układ wektorów własnych w przestrzeni Hilberta, przy czym współrzędne tego układu znane są jako składowe symetryczne układu dwufazowego.

5. ZAGADNIENIE WŁASNE JAKO UOGÓLNIENIE METODY SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH. POJĘCIE SYMETRII MASZINY

Stopień równania sekularnego wynikającego z postawionego zagadnienia własnego odpowiada liczbie faz maszyny, zatem maszyna m -fazowa posiada — w ogólnym przypadku niewielokrotnych pierwiastków — m wektorów własnych. W szczególnym przypadku maszyny symetrycznej współrzędne wektorów własnych stanowią składowe symetryczne m -fazowego układu. Dla maszyny m -fazowej o niesymetrycznej budowie rozwią-

zanie zagadnienia własnego prowadzi do m wektorów własnych, których współrzędne nie będą już pokrywać się ze znanymi składowymi symetrycznymi. Tak więc uzyska się przekątną macierz impedancji (tj. m niezależnych równań mających składowe napięcia z odpowiednimi składowymi prądu), lecz jej elementy nie będą już znanymi impedancjami dla składowych symetrycznych. W ten sposób zagadnienie własne stanowi uogólnienie metody składowych symetrycznych. Składowe symetryczne ukazują się w tym świetle jako szczególna najprostsza i naturalna metoda obliczeniowa. Osiąga się ją drogą matematycznego poszukiwania najprostszej postaci zależności między prądem i napięciem w maszynie symetrycznie zbudowanej.

Prostota metody składowych symetrycznych skłania do rewizji pojęcia maszyny symetrycznie zbudowanej (zdefiniowanego w rozdz. 2) w takim kierunku, aby w możliwie szerokim zakresie przypadków praktycznych można było uzyskać układ wektorów własnych, których współrzędne pokrywają się ze składowymi symetrycznymi. W związku z tym maszyna zbudowana symetrycznie w sensie określonym w rozdz. 2 nazywana będzie „maszyną zupełnie symetryczną“. Natomiast pojęciem „maszyny wewnętrznie symetrycznej“ można objąć znacznie szerszy zakres maszyn, takich mianowicie, dla których jest możliwe sprowadzenie do układu zastępczego składającego się z maszyny zupełnie symetrycznej przyłączonej do źródła napięcia przez niesymetryczną impedancję. Przypadek taki odpowiada zastąpieniu macierzy sumą macierzy przekątnej oraz macierzy spełniającej warunki maszyny zupełnie symetrycznej:

$$Z_i^i = \text{const}, \quad (24)$$

$$Z_i^{i+1} = \text{const}, \quad (25)$$

$$Z_i^{i-1} = \text{const}. \quad (26)$$

Dla tej ostatniej układ własny wektorów posiada jako współrzędne składowe symetryczne.

Przypadki pozostałe, tj. maszyny, dla których nie są spełnione warunki (25) i (26), dla których współrzędne własnych wektorów nie będą pokrywać się ze składowymi symetrycznymi, nazywane będą „maszynami wewnętrznie niesymetrycznymi“.

WYKAZ LITERATURY

1. Gołąb S.: Rachunek tensorowy. PWN 1956.
2. Ollendorff F.: Die Welt der Vektoren. Springer 1950.
3. Sierpiński W.: Przestrzenie metryczne. PWN 1954.

АНАЛИЗ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ

Резюме

Для определения параметров асинхронной машины — рассматривается действие отдельных катушек обмотки симметрично построенной машины и получается в результате зависимость между напряжением и током в отдельных фазах. Эта зависимость, напр. для трехфазной машины, представлена в виде матричного уравнения (11).

Такой вид уравнения позволяет нам интерпретировать системы токов и напряжений машины как векторы в векторном пространстве. Ввиду комплексных координат этих векторов следует здесь считаться с применением гильбертова пространства.

Для отыскания простейшего вида этого уравнения применена теория собственных величин. Полученные собственные векторы дают основу простейшей системы координат. Для примера — теория собственных величин применена для симметрично построенной трехфазной машины, получая базу для координат, известных нам как симметричных составляющих. Подобным образом получены и симметричные составляющие двухфазной машины.

Теория собственных величин примененная в наиболее общем случае машины с несимметричной конструкцией — ведет к получению базы простейшей системы координат. Известный метод симметричных составляющих является частным случаем применения теории собственных величин к машине с симметричной конструкцией.

Вид зависимости функции и следующие отсюда практические способы расчета токов и напряжений машины позволяют определить понятие полной симметрии и внутренней симметрии машины.

ANALYSIS OF NON-SYMMETRIC STATES OF ASYNCHRONOUS MACHINE

Summary

In order to define the parameters of the asynchronous machine the performance of the separate coils of the windings of symmetrically made machine is analyzed and the dependence between the voltage and current in each of the phases is evolved.

Taking a three-phase machine as an example, this dependence may be expressed in the form of the matrix equation (11). Such an equation firm imparts the possibility to interpret the current and voltage circuits as the vectors within the vector space.

Due to the complex coordinates of these vectors the application of Hilbert space comes into account.

In search for the most simple form of this vector equation the theory of own values is applied. The resulting own vectors constitute the bases of a most simple coordinate system. In a given example the theory of own values is applied to a three-phase symmetrically made machine and the basis of coordinates so-called symmetrical components is established.

Similarly the symmetrical components for a two-phase machine are obtained. The own values theory applied to the most general case of symmetrically designed machine leads to the establishment of the basis of a most simple coordinate system. The known method of symmetrical components constitutes a particular case of application of the theory of own values to the machines of a symmetric design.

The dependence form of the voltage on the currents as a vector function and evolving hence the practical methods of calculation of the currents and voltages of the machine, permit to define the conception of the complete symmetry and of the inner symmetry of the machine.

Są jeszcze do nabycia

WYDAWNICTWA PWN

w zakresie elektrotechniki:

B. Dubicki: Maszyny elektryczne. Tom II. Uzwojenie prądu zmiennego. Str. 311, zł 23,80

Elektrotechnika ogólna. Tłum. z jęz. ros., str. 592, ilustr., zł 38,50

St. Kończykowski: Obliczanie sieci elektroenergetycznych. Tom I, str. 382, rys., tabl., zł 30,90

K. Krug: Podstawy elektrotechniki. Tłum. z jęz. ros. Cz. I, str. 571, zł 41,—

Wł. Krukowski: Liczniki energii elektrycznej. Tłum. z jęz. niem., str. 451, rys., tabl., zł 36,20

R. Kulikowski: Wstęp do syntezy liniowych układów elektrycznych. PAN. Monografie Zagadnień Elektrotechniki teoretycznej. Str. 273, zł 61,—

Wł. Latek: Badanie maszyn elektrycznych prądu zmiennego. Str. 315, zł 21,80

T. Oleszyński: Miernictwo techniki świetlnej. Str. 331, zł 31,50

E. Sokołow: Sieci ciepłne. Tłum. z jęz. ros., str. 382, zł 31,50

J. Ziembicki: Elektrokardiografy. Str. 355, ilustr., zł 31,10

Wkrótce ukażą się:

K. Drewnowski: Pomiary elektryczne

B. Dubicki: Maszyny elektryczne. Tom I. (wznowienie)

W. Golde, S. Paszkowski, Cz. Norek: Teoria aproksymacji i jej zastosowanie w elektrotechnice

St. Kończykowski: Obliczanie sieci elektroenergetycznych Tom I

W. Latek: Badanie maszyn elektrycznych. Tom I. Prąd stały (wznowienie)

*

*

*

Wydawnictwa PWN są do nabycia w księgarniach Domu Książki. Zamówienia przyjmują również: Główna Księgarnia Naukowa, Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, księgarnie naukowe w miastach wojewódzkich oraz Wzorcownia PWN (Warszawa, ul. Miodowa 10).

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie podanych wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 3 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg pisać należy szczególnie dokładnie i wyraźnie.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim do 25 wierszy maszynopisu oraz obszerniejsze streszczenia (do 20% objętości artykułu) w języku rosyjskim oraz angielskim, francuskim lub niemieckim. W razie niemożności nadesłania streszczenia w języku obcym autor dostarcza odpowiednie streszczenie w języku polskim w trzech egz. z jednoczesnym wpisaniem, o ile możliwości, terminologii w języku rosyjskim oraz w innym języku obcym.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach — na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych) podobnie jak rysunki należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis) objaśniający.
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów; w tekście — powoływania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, np. [3].
8. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu korekty swej pracy.

U w a g a: Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem: Redakcja „Archiwum Elektrotechniki“, Warszawa, Koszykowa 75, Politechnika, Gmach Elektrotechniki, Zakład Elektroniki PAN tel. 8.32.04. Redakcja czynna w poniedziałki, środy i piątki

ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

WARUNKI PRENUMERATY

Cena rocznie zł 120,—, półrocznie zł 60,—

ZAMÓWIENIA I WPLATY PRZYJMUJĄ

Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, ul. Miodowa 10. Konto PKO nr I-6-100 214. Centrala Kolportażu „Ruch“, Warszawa, ul. Srebrna 12. Konto PKO nr I-6-100 020. Oddziały i Delegatury „Ruchu“. Urzędy pocztowe.

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę — rocznie zł 168,—. Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch“, Warszawa, ul. Wilcza 46. Konto PKO nr I-6-100 024.

Bieżące numery do nabycia w księgarniach naukowych Domu Książki i we Wzorcowni PWN, Warszawa, ul. Miodowa 10.

Informacji w sprawie sprzedaży egzemplarzy z poprzednich okresów udziela Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Dział Czasopism, Warszawa, ul. Miodowa 10.

PRENUMERATA ZA GRANICĘ

Uwaga Czytelnicy posiadający krewnych lub znajomych za granicą.

Informujemy, że prenumeratę naszego pisma ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch“, Warszawa, ul. Wilcza 46, telefon 8-64-81, wew. 69. Nr konta PKO I-6-100 024 Warszawa.

Cena prenumeraty:	kwartalna	zł 42,—
	półroczna	„ 84,—
	roczna	„ 168,—

Prenumeratę zgłoszoną do dnia 10 danego miesiąca „Ruch“ rozpoczyna realizować z dniem 1 następnego miesiąca, przy czym prenumeratę można zamawiać na okres kwartalny, półroczny lub roczny.

Na analogicznych zasadach PKWZ „Ruch“ przyjmuje prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę wszystkich gazet i czasopism ukazujących się w Polsce, przy czym do krajowej ceny prenumeraty dolicza się 40%.